

LA ÚLTIMA PIEZA DEL ROMPECABEZAS: EL COMPORTAMIENTO VOLUMÉTRICO DE LOS SUELOS NO SATURADOS

THE LAST PIECE OF THE PUZZLE: THE VOLUMETRIC BEHAVIOR OF UNSATURATED SOILS

Resumen

Eduardo Rojas González
Facultad de Ingeniería,
Universidad Autónoma
de Querétaro.

Autor para correspondencia:
erg@uaq.mx

Fecha de recepción: 24/07/2012
Fecha de aceptación: 24/01/2013

La principal razón por la cual se ha rechazado el uso de una ecuación de esfuerzos efectivos para modelar el comportamiento de los suelos no saturados es que no se había podido simular el fenómeno de colapso por humedecimiento utilizando una sola variable de esfuerzos. Esto provocó que se utilizaran dos variables independientes de esfuerzo (succión y esfuerzo neto) resultando en modelos complicados e imposibilitados para introducir la histéresis de la curva de retención y el fenómeno de acoplamiento hidro-mecánico observado en estos materiales. Además generó la aparición de dos teorías diferentes: una para suelos saturados y otra para suelos no saturados. En este trabajo se desarrolla un marco teórico del comportamiento volumétrico de los suelos capaz de modelar el fenómeno de colapso por humedecimiento por medio del principio de esfuerzos efectivos. Este marco teórico incluye la histéresis de la curva de retención y el acoplamiento hidro-mecánico de los suelos. La ecuación de esfuerzos efectivos se deduce analíticamente y sus parámetros se obtienen por medio de un modelo sólido-poroso capaz de simular la distribución de agua en los poros del suelo para cualquier trayectoria de secado-humedecimiento. Con este procedimiento es posible reproducir algunas particularidades del comportamiento volumétrico de los suelos no saturados que otros modelos que utilizan dos variables de esfuerzo, no pueden simular. Finalmente, este trabajo demuestra que sí existe una ecuación de esfuerzos efectivos para suelos no saturados con la cual es posible simular tanto su comportamiento volumétrico como su resistencia al cortante resultando en un marco teórico unificado de la mecánica de suelos que comprende a ambos tipos de suelos: los saturados y los no saturados incluyendo a los materiales compactados.

ción de esfuerzos efectivos se deduce analíticamente y sus parámetros se obtienen por medio de un modelo sólido-poroso capaz de simular la distribución de agua en los poros del suelo para cualquier trayectoria de secado-humedecimiento. Con este procedimiento es posible reproducir algunas particularidades del comportamiento volumétrico de los suelos no saturados que otros modelos que utilizan dos variables de esfuerzo, no pueden simular. Finalmente, este trabajo demuestra que sí existe una ecuación de esfuerzos efectivos para suelos no saturados con la cual es posible simular tanto su comportamiento volumétrico como su resistencia al cortante resultando en un marco teórico unificado de la mecánica de suelos que comprende a ambos tipos de suelos: los saturados y los no saturados incluyendo a los materiales compactados.

Palabras clave: comportamiento volumétrico, esfuerzos efectivos, suelos no saturados



Abstract

The main reason to reject the use of an effective stress equation to model the behavior of unsaturated soils was the impossibility to model the phenomenon of collapse upon wetting using a single stress variable. This drawback generated the use of two independent stress variables (suction and net stress) that resulted in complicated models unable to introduce the hysteresis of the retention curve and the hydro-mechanical coupling observed in unsaturated materials. Additionally, this generated two theories: one for the saturated and another for the unsaturated soils. In this work, a framework for the volumetric behavior of unsaturated soils that allows modeling the phenomenon of collapse upon wetting based on the effective stress approach is developed. This elastoplastic framework includes the hysteresis of the retention curve and the hydro-mechanical coupling of soils. The effective stress equation is analytically deduced and its parameters can be obtained from a solid-porous model able to simulate the distribution of water

in the pores of the soil for any wetting-drying path. With this procedure it is possible to reproduce some particularities of the volumetric behavior of soils that other models using two stress variables cannot simulate. This work finally proves that there certainly exists an effective stress equation for unsaturated soils able to simulate the volumetric and strength behavior of these materials resulting in a unified soil mechanics theory that contains both the saturated and unsaturated soils including the compacted materials.

Keywords: volumetric behaviour, effective efforts, unsaturated soils.

INTRODUCCIÓN

El Modelo Básico de Barcelona (Alonso y col.,

1990) es capaz de reproducir algunos aspectos del fenómeno de colapso por humedecimiento a partir del uso de dos variables independientes del esfuerzo (Fredlund y Morgenstern, 1997): la succión y el esfuerzo medio neto. La succión máxima está definida como $s = u_a - u_w$, siendo u_a y

u_w las presiones de aire y agua, respectivamente. Por su parte, el esfuerzo medio neto está definido como $\bar{p} = p - u_a$ siendo p el esfuerzo medio total. El punto clave para realizar esta modelación es la consideración de que el esfuerzo de preconsolidación aparente o esfuerzo neto máximo experimentado por el suelo se incrementa cuando el suelo se seca es decir cuando la succión se incrementa (Figura 1(a)). Este mecanismo se introduce en el modelo por medio de la superficie de colapso por carga (LC) la cual adopta la geometría mostrada en la Figura 1(b).

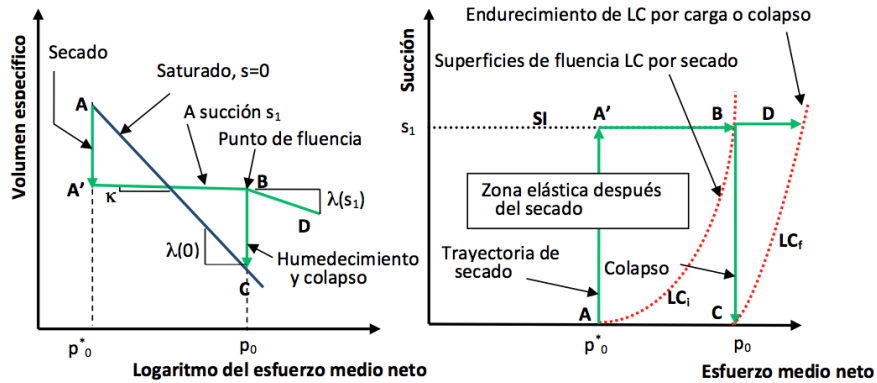
Por medio del análisis del comportamiento volumétrico de una muestra sujeta a un proceso de secado-humedecimiento (Fig. 1(a)), se obtiene la ecuación que relaciona el esfuerzo de fluencia en condiciones no saturadas (p_0) con su valor para condiciones saturadas (p_0^*). Esta ecuación se escribe en función de la pendiente de la curva de compresibilidad ($\lambda(s)$) la cual depende de valor de la succión (s). La compresión volumétrica (dv_p) debido a un incremento del esfuerzo medio neto ($d\bar{p}$) por encima del esfuerzo de fluencia (\bar{p}_0) está dada por

$$dv_p = -\lambda(s) \frac{d\bar{p}}{\bar{p}_0} \quad (1)$$

De la misma manera, la respuesta volumétrica (dv_s) del suelo durante un incremento de succión (ds) que rebase la superficie de fluencia por incremento de succión (SI en la Figura 1(b)) está dada por

$$dv_s = \lambda_s \frac{ds}{s + p_{at}} \quad (2)$$

donde λ_s representa la pendiente de la curva de



compresión virgen por incremento de succión y p_{at} es la presión atmosférica. De esta manera la respuesta volumétrica total del material (dv) está dada por la suma del comportamiento volumétrico por incremento del esfuerzo medio neto (Ecuación (1)) y de la succión (Ecuación (2)) en la forma

$$dv = dv_p + dv_s \quad (3)$$

Este modelo ha logrado reproducir el comportamiento volumétrico y de resistencia de los suelos no saturados con cierto éxito. Sin embargo, muestra deficiencias al tratar de reproducir algunas particularidades del comportamiento volumétrico que han sido observadas experimentalmente por diversos autores tanto en materiales naturales como compactados (ver por ejemplo: Sun y col., 2007a; Rodrigues y Volar, 2010). Algunas de estas particularidades son las siguientes: a) hay una respuesta elástica inicial al comienzo de la etapa de saturación previo al colapso. La magnitud de esta respuesta elástica depende de los valores de succión y del esfuerzo medio neto aplicados durante las etapas de secado y carga, respectivamente. b) la deformación de colapso depende tanto de la densidad como del estado de esfuerzos antes del colapso. c) para valores incrementales del esfuerzo medio neto aplicados du

rante la etapa de carga en muestras compactadas a la misma densidad, la deformación volumétrica

por colapso se incrementa y luego disminuye.

Es decir que existe un esfuerzo medio neto para el cual se alcanza una deformación máxima por colapso.

A simple vista, el fenómeno de colapso por humedecimiento representa una paradoja en términos de esfuerzos efectivos ya que el material reduce su volumen cuando el esfuerzo efectivo se reduce (dado que la succión disminuye durante el humedecimiento) y es por ello que su modelación con una sola variable de esfuerzos siempre ha representado un reto. En este trabajo se muestra la modelación del fenómeno de colapso por humedecimiento utilizando el principio de esfuerzos efectivos con lo cual se logra reproducir las particularidades arriba mencionadas y solucionar la aparente paradoja. Este desarrollo también resulta en un marco teórico unificado para suelos saturados y no saturados.

DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA

Bajo el principio de los esfuerzos efectivos es común aplicar la misma ecuación de comportamiento volumétrico de los materiales saturados a los no saturados (ver por ejemplo: Khog y col. (1993), Bolzon y col. (1996), Loret y Khalili (2000), Wheeler y col. (2003), Sun y col. (2007b)), En este trabajo, se propone utilizar una



variante de la relación propuesta por Juárez-Badillo (1975) y Butterfield (1979) para el comportamiento volumétrico de los suelos saturados. En este caso la ecuación se escribe en términos de la relación de vacíos en lugar del volumen específico. Esto se debe a que se considera que a grandes presiones (desde el punto de vista geotécnico) las partículas sólidas mantienen su volumen al considerarse como incompresibles

$$de = e \lambda_e \frac{dp'}{p'} \quad (4)$$

donde e y de representan la relación de vacíos inicial y su diferencial, respectivamente, λ_e es la pendiente de la curva de compresión virgen en condiciones saturadas en un plano logarítmico en los ejes de esfuerzo efectivo contra relación de vacíos. Ésta pendiente toma siempre valores negativos. Finalmente, p' y dp' son el esfuerzo medio efectivo y su diferencial, respectivamente. Esta ecuación se puede integrar en la forma

$$e_1 = e_0 \left(\frac{p'_1}{p'_0} \right)^{\lambda_e} \quad (5)$$

donde el subíndice 0 y 1 se refieren a las condiciones iniciales y finales, respectivamente. De acuerdo con esta ecuación, para un esfuerzo medio muy grande, la relación de vacíos tiende a cero lo cual parece adecuado para el rango de esfuerzos empleado en geotecnia. De acuerdo con esta ecuación, la respuesta volumétrica de los suelos no depende de la trayectoria de esfuerzos aplicados. Sin embargo, los resultados experimentales muestran que el comportamiento volumétrico sí depende de la trayectoria de esfuerzos (Sheng y col., 2008a). Esta dependencia se introduce en el modelo por medio del marco elastoplástico que se presenta en la siguiente sección.

Para el caso de trayectorias en descarga-recarga, el parámetro λ_e se transforma en κ_e por lo que la Ecuación (5) cambia a

$$e_1 = e_0 \left(\frac{p'_1}{p'_0} \right)^{\kappa_e} \quad (6)$$

El esfuerzo medio efectivo se obtiene con la ecuación de Bishop (1959)

$$p' = \bar{p} + \chi s \quad (7)$$

donde a χ se le denomina parámetro de Bishop para el cual no se había planteado una ecuación analítica hasta recientemente. Este parámetro se puede obtener por medio de un análisis estático en donde sobre un área cargada en un suelo no saturado se cuantifican las áreas en donde actúa la presión de agua, la presión de aire y la presión de las partículas sólidas resultando en la siguiente relación (Rojas, 2008a)

$$\chi = f^s + G_w^u f^u \quad (8)$$

siendo f^s y f^u la fracción saturada y no saturada del suelo, respectivamente, y G_w^u representa el grado de saturación de la fracción no saturada. La fracción saturada se define como el volumen de elementos saturados (V^s) dividido por el volumen total de la muestra (V): $f^s = V^s/V$. El volumen de elementos saturados del suelo está representado por el volumen de sólidos que se encuentra exclusivamente rodeado por poros saturados más el volumen de estos poros. De la misma manera, la fracción no saturada se define como el volumen de elementos no saturados (V^u) dividido por el volumen total de la muestra: $f^u = V^u/V$. El volumen de elementos no saturados se obtiene de la adición de los sólidos rodeados tanto por poros saturados como no saturados más el volumen de estos poros. Adicionalmente puede existir una fracción seca representada por el volumen de elementos secos (V^d) dividido por el volumen total de la muestra: $f^d = V^d/V$. El volumen de los elementos secos resulta de la adición del volumen de sólidos exclusivamente rodeados por poros secos más el volumen de estos poros. La suma de estas tres fracciones resulta en la unidad ($f^s + f^u + f^d = 1$). Por otra parte, el grado de saturación de la fracción no saturada está defini-



do como $G_w^u = V_w^u / V_v^u$ en donde V_w^u y V_v^u representan el volumen de agua y el volumen de vacíos de la fracción no saturada, respectivamente. De acuerdo con la Ecuación (8), el valor de χ representa el grado de saturación ponderado del suelo ya que se puede escribir como $\chi = f^s G_w^s + f^u G_w^u + f^d G_w^d$ en donde $G_w^s = 1$ y $G_w^d = 0$ representan los grados de saturación de la fracción saturada y seca, respectivamente. Los parámetros necesarios para determinar el valor de χ se pueden obtener a partir de un modelo sólido-poroso capaz de simular la distribución de agua en los poros del material para cualquier trayectoria de secado-humedecimiento. Este modelo se describe brevemente en otra sección de este trabajo

De acuerdo con las ecuaciones (7) y (8), el esfuerzo medio efectivo p' se puede escribir como

$$p' = \bar{p} + s(f^s + G_w^u f^u) \quad (9)$$

Diversos autores han constatado que la resistencia al cortante de los suelos no saturados se puede establecer utilizando la misma ecuación empleada para los suelos saturados (Vaunuat y col., 2000; Wheeler y col., 2003; Galipoli y col., 2003; Rojas 2008b), es decir

$$q = Mp' \quad (10)$$

En donde q representa al esfuerzo desviador y $M = 6 \sin\varphi / (3 - \sin\varphi)$ siendo φ el ángulo de fricción interna del material.

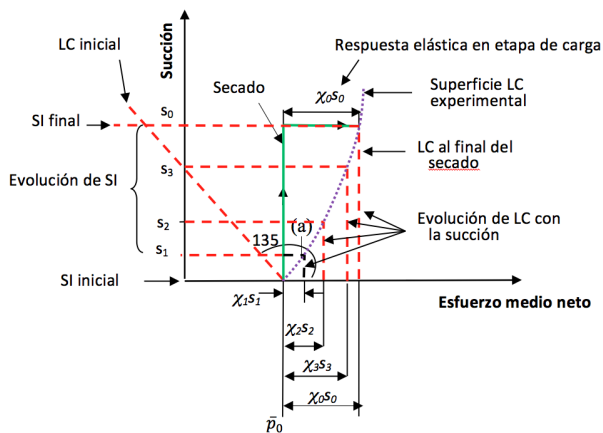
Si se pudiera establecer una teoría general para el caso de las deformaciones volumétricas entonces estaríamos ante el escenario de una mecánica de suelos unificada. Un marco elastoplástico general para el comportamiento volumétrico de los suelos se presenta en las siguiente sección.

MARCO ELASTOPLÁSTICO

El marco teórico elastoplástico para el comportamiento volumétrico de los suelos no saturados

que se propone aquí se muestra en la **Figura 2** en los planos de succión contra esfuerzo medio neto (**Fig. 2(a)**) y de succión contra esfuerzo medio efectivo (**Fig. 2(b)**). Aunque este marco elastoplástico es similar al que establece el modelo de Barcelona (Alonso y col., 1990) también muestra importantes diferencias. Considérese un suelo normalmente consolidado sujeto a un esfuerzo medio neto \bar{p}_0 . En el plano de esfuerzo medio neto (**Fig. 2(a)**), la posición inicial de la superficie de fluencia está representada por una línea inclinada a 135° de la horizontal tal como lo ha propuesto Sheng y col., (2008b). Si el suelo se somete a secado, se sigue una trayectoria vertical que genera una deformación volumétrica plástica dada por las Ecuaciones (5) y (6)

$$\Delta \varepsilon_v^p = \frac{e_0}{1+e_0} (\lambda_e - \kappa_e) \frac{\Delta p'}{p'} = \frac{e_0}{1+e_0} (\lambda_e - \kappa_e) \frac{\Delta(\chi^s)}{\bar{p}_0} \quad (11)$$



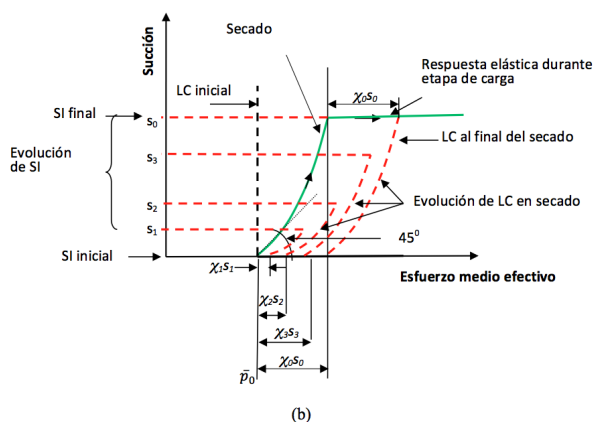


Figura 2. Evolución de la superficie LC durante el secado en (a) el plano de esfuerzos medios netos y (b) el plano de esfuerzos medios efectivos.

donde e_0 es la relación de vacíos inicial y los valores del parámetro χ se obtienen de la trayectoria de secado. El endurecimiento de la superficie de fluencia LC es entonces

$$\Delta \bar{p}_0 = \Delta \varepsilon_v^p \left(\frac{1+e_0}{e_0} \right) \frac{\bar{p}_0}{(\lambda_e - \kappa_e)} = \Delta(\chi s) \quad (12)$$

Esto implica que el incremento del esfuerzo aparente de preconsolidación está dado por el mismo incremento del esfuerzo efectivo aplicado a la muestra ($\Delta(\chi s)$) y no depende del esfuerzo medio neto. Cuando la muestra inicialmente se encuentra saturada ($s = 0$) y alcanza la succión s_0 , la superficie LC se endurece desplazándose hacia la derecha en la cantidad $\chi_0 s_0$ tal como se muestra en la **Figura 2(a)**.

Al mismo tiempo que la superficie LC se desplaza hacia la derecha, la superficie SI se desplaza verticalmente manteniendo su posición horizontal. Si los puntos de intersección de las superficies LC y SI se unen por medio de una línea para diferentes valores de succión (línea punteada en la Fig. 2(a)) se obtiene la misma forma reportada experimentalmente por algunos investigadores y adoptada por el modelo de Barcelona (ver por ejemplo los resultados experimentales de: Futai y Almeida (2005), Thu y col. (2007), Infante Sedano y Vanapalli (2010)). Sin embargo, la geometría

real de esta superficie son las líneas verticales indicadas como LC. Si al final del secado se aplica un incremento del esfuerzo medio neto, el material inicialmente se comporta de manera elástica hasta que el esfuerzo medio neto sobrepasa el valor de $\chi_0 s_0$ (ver Fig. 2(a)).

En los ejes de esfuerzo medio efectivo contra succión, la forma de la superficie LC para un material saturado se representa por medio de una línea vertical como muestra la Figura 2(b). La trayectoria de secado muestra una trayectoria con pendiente inicial de 45° (puesto que $\chi = 1$ para suelo saturado) la cual posteriormente se curva dado que χ reduce su valor al aumentar la succión. El incremento del esfuerzo efectivo durante el secado (a partir de la condición saturada) es entonces $\chi_0 s_0$ y representa el endurecimiento de la superficie LC, la cual evoluciona en forma de curvas paralelas tal como se muestra en la Figura 2(b). Cuando el plano de esfuerzos efectivos se utiliza para representar la superficie de fluencia LC, entonces la superficie SI ya no se requiere y se puede eliminar del modelo tal como lo han señalado Nuth y Laloui, 2008.

Considérese ahora una muestra sujeta a la succión s_0 y cargada por incremento del esfuerzo medio neto en una cantidad inferior al valor $\chi_0 s_0$ (trayectoria BC en la Figura 3). En estas condiciones la muestra no tendrá posibilidad de colapsar dado que la trayectoria de humedecimiento cae dentro de la zona elástica (ver Figura 3). Por el contrario, si el incremento del esfuerzo medio neto ($\Delta \bar{p}$) es superior a $\chi_0 s_0$ (trayectoria BE en la misma figura), la superficie LC se inclina mostrando pendientes menores (curva EG) y solo entonces la muestra podrá colapsar.

La inclinación de la superficie LC ocurre porque su parte superior sigue al esfuerzo medio efectivo que se aplica durante la etapa de carga (punto E) mientras que la parte inferior se endurece para alcanzar el esfuerzo aparente de preconsolidación en condiciones saturadas (punto G). Este

incremento de esfuerzo de preconsolidación se puede obtener calculando la deformación volumétrica plástica que se genera durante la etapa de carga

$$\Delta \varepsilon_v^p = \left(\frac{e_c}{1+e_c} \right) (\lambda_e - \kappa_e) \left(\frac{\Delta \bar{p} - \chi_0 s_0}{\bar{p}_0 + \chi_0 s_0} \right) \quad (13)$$

de tal manera que el incremento del esfuerzo aparente de preconsolidación en condiciones saturadas es

$$\Delta \bar{p}_0 = \Delta \varepsilon_v^p \left(\frac{1+e_A}{e_A} \right) \frac{\bar{p}_0}{(\lambda_e - \kappa_e)} = \left(\frac{1+e_A}{1+e_c} \right) \left(\frac{e_c}{e_A} \right) \left(\frac{\Delta \bar{p} - \chi_0 s_0}{\bar{p}_0 + \chi_0 s_0} \right) \bar{p}_0 \quad (14)$$

donde e_c y e_A representan la relación de vacíos en los puntos C y A, respectivamente. Esta última ecuación implica que $\Delta \bar{p}_0 < (\Delta \bar{p} - \chi_0 s_0)$. Por lo tanto, la superficie LC se inclina permitiendo que la trayectoria de secado (EFH) la pueda cruzar en el punto F iniciando así el colapso de la muestra. La **Figura 3** muestra que en general, el suelo tiene una respuesta elástica (trayectoria EF) antes de que inicie el proceso de colapso.

En esta misma figura se puede observar que la histéresis de la curva de retención suelo-agua se puede introducir de manera sencilla cuando el marco teórico se trabaja en función de los esfuerzos efectivos dado que los procesos de secado y humedecimiento siguen trayectoria diferentes. Adicionalmente, cuando se utilizan los esfuerzos efectivos, el acoplamiento hidromecánico que se ha observado experimentalmente en los suelos no saturados queda implícito dentro de la formulación.

Esto se debe a que el parámetro χ incluye los aspectos hidráulicos del material a través de los parámetros f^s , f^u y G_w^u . Por estas razones, la representación en esfuerzos efectivos resulta ser la más adecuada para estudiar el comportamiento volumétrico de estos materiales y es la que se utiliza en este trabajo.

SUELOS COMPACTADOS

Ahora, considérese que una muestra de suelo se prepara por compactación estática en diversas capas. Dado que la trayectoria de esfuerzos que se sigue durante la compactación no se puede de-

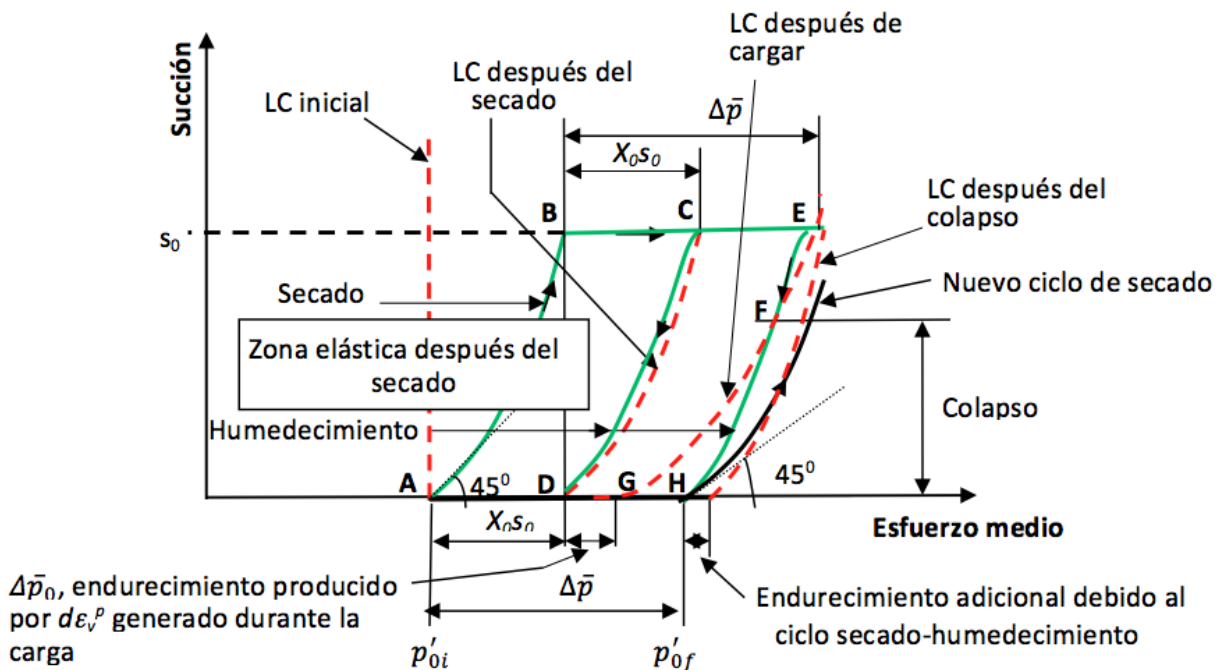


Figura 3. Marco elastoplástico para el comportamiento volumétrico de los suelos no saturados.

terminar de manera sencilla, es difícil establecer la posición inicial de la superficie LC aún cuando los esfuerzos aplicados durante la compactación y el valor de la succión al final de ella se conozcan. Sin embargo, se pueden hacer algunas consideraciones para establecer esta posición inicial. Durante la compactación estática se aplican esfuerzos verticales sobre un material disgregado que se coloca dentro de un molde. Estos esfuerzos provocan el desplazamiento y trabazón de las partículas sólidas al mismo tiempo que los meniscos de agua se distribuyen principalmente entre los contactos de las partículas. Durante la aplicación de la carga la estructura sólida se comprime y posteriormente se dilata durante la descarga. Al mismo tiempo, la succión se reduce durante la carga y se incrementa durante la descarga. De esta manera, es posible que al final de la compactación el material se encuentre más cerca de la rama de secado de la curva de retención que de la de humedecimiento. Aquí se considera que el proceso de compactación induce un esfuerzo efectivo a la muestra el cual se puede descomponer en la adición de un esfuerzo medio neto que aquí se denomina esfuerzo de fabricación p'_{fab} y la succión de compactación s_{00} (ver Figura 4). El esfuerzo de fabricación representa el esfuerzo medio de preconsolidación de la muestra compactada y se obtiene de la misma manera que el

esfuerzo de preconsolidación para suelos saturados. También se considera que la superficie de fluencia LC al término de la compactación parte del esfuerzo de fabricación (punto A en la Figura 4) y alcanza el estado de esfuerzos de la muestra compactada (punto B) siguiendo una trayectoria de secado.

Después de la compactación, generalmente el suelo se somete a un proceso de uniformización para que todas las muestras partan del mismo estado inicial de esfuerzos. En este proceso se aplica una succión s_0 y un esfuerzo medio neto \bar{p}_0 siguiendo la trayectoria BCF mostrada en la **Figura 4**. Cuando se aplica una succión (s_0) que es mayor a la succión que posee el suelo después de la compactación, la superficie de fluencia se desplaza a su nueva posición dada por la curva DE. Posteriormente cuando el suelo se carga al valor de esfuerzo neto \bar{p}_0 , la superficie de fluencia se endurece desplazándose e inclinándose hasta alcanzar la posición dada por la curva FG. Si en este punto el suelo se humedece, el fenómeno de colapso únicamente puede ocurrir si $\bar{p}_0 > \chi_0 s_0 - \chi_{00} s_{00}$ donde $\chi_0 s_0 - \chi_{00} s_{00}$ representa el endurecimiento de la superficie LC durante el incremento de succión. Si el suelo se carga nuevamente aplicando un incremento de esfuerzo medio neto de magnitud $\Delta \bar{p}_0$ (trayectoria FH) entonces la superficie

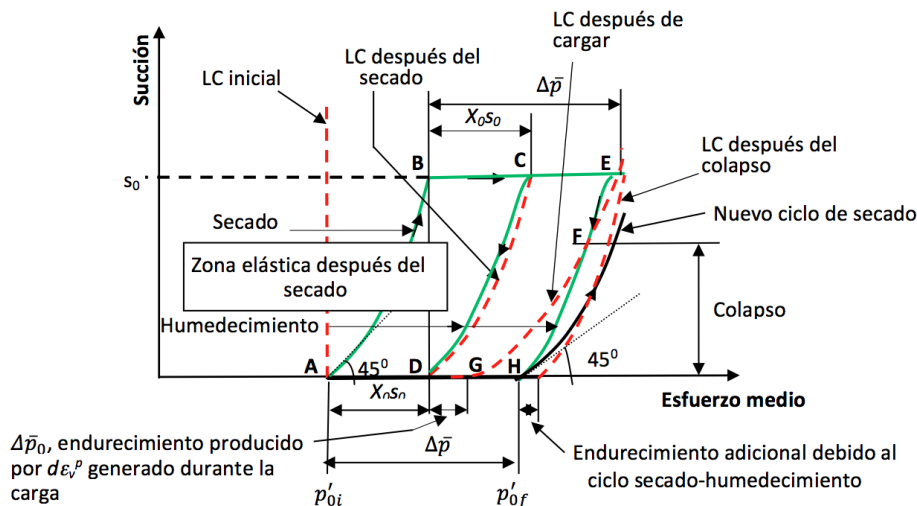


Figura 4. Marco elastoplástico para el comportamiento volumétrico de los suelos compactados.

LC se desplaza e inclina alcanzado la posición HJ indicada en la Figura 4. La succión para la cual el fenómeno de colapso se inicia (punto I) depende de la succión aplicada s_0 , del incremento total del esfuerzo medio neto ($\bar{p}_0 + \Delta\bar{p}_0$) y de las curvas de retención en la forma del parámetro χ en secado y humedecimiento.

La ecuación de la curva LC se obtiene considerando que las deformaciones plásticas que ocurren durante la etapa de carga deben mantenerse constantes a lo largo de esta superficie. Por lo tanto, cualquier combinación de succión y esfuerzo medio neto que resulte en esta misma deformación plástica, define un punto de la superficie LC.

Sean e_{000} , e_{00} , e_c y e_s las relaciones de vacío del esfuerzo medio neto de fabricación (punto A), del estado compactado (punto B), al final del proceso de secado (punto C) y a cualquier valor de succión durante una trayectoria de secado, respectivamente. Entonces se pueden escribir las siguientes relaciones utilizando la Ecuación (15)

$$e_{000} = e_{00} \left(\frac{p_{fab}}{p_{fab} + \chi_{00}s_{00}} \right)^{\lambda_e} \quad (15)$$

$$e_c = e_{000} \left(\frac{p_{fab} + \chi_0 s_0}{p_{fab}} \right)^{\lambda_e} = e_{00} \left(\frac{p_{fab} + \chi_0 s_0}{p_{fab} + \chi_{00}s_{00}} \right)^{\lambda_e} \quad (16)$$

$$e_s = e_{000} \left(\frac{p_{fab} + \chi s}{p_{fab}} \right)^{\lambda_e} = e_{00} \left(\frac{p_{fab} + \chi s}{p_{fab} + \chi_{00}s_{00}} \right)^{\lambda_e} \quad (17)$$

Combinando las Ecuaciones (16) y (17), resulta

$$\frac{e_c}{e_s} = \left(\frac{p_{fab} + \chi_0 s_0}{p_{fab} + \chi s} \right)^{\lambda_e} \quad (18)$$

El decremento plástico en la relación de vacíos (Δe_b^p) generado durante la etapa de carga (CFH) es entonces

$$\Delta e_b^p = e_c (\lambda_e - \kappa_e) \frac{\bar{p}_0 + \Delta\bar{p}_0 - \chi_0 s_0 + \chi_{00} s_{00}}{p_{fab} + \chi_0 s_0} \quad (19)$$

Así mismo, el decremento plástico de la relación de vacíos que produce una combinación cualquiera de un incremento del esfuerzo medio neto $\Delta\bar{p}$ y una succión s es

$$\Delta e_b^p = e_s (\lambda_e - \kappa_e) \frac{\Delta\bar{p}}{p_{fab} + \chi s} \quad (20)$$

Igualando las Ecuaciones (19) y (20) y utilizando la Ecuación (18) se obtiene que el valor del incremento del esfuerzo medio neto ($\Delta\bar{p}_0$) necesario para producir una deformación volumétrica plástica cuando se aplica una succión s es

$$\Delta\bar{p} = \left(\frac{p_{fab} + \chi s}{p_{fab} + \chi_0 s_0} \right)^{(1-\lambda_e)} (\bar{p}_0 + \Delta\bar{p}_0 - \chi_0 s_0 + \chi_{00} s_{00}) \quad (21)$$

Proponiendo diferentes valores para la succión s , se puede obtener el valor de $\Delta\bar{p}$. Entonces el esfuerzo medio efectivo que define la superficie LC se puede graficar con la siguiente relación

$$p'_{LCYS} = p_{fab} + \chi s + \chi_0 s_0 - \chi_{00} s_{00} + \Delta\bar{p} \quad (22)$$

En donde los valores de χ , χ_0 y χ_{00} se obtienen considerando una trayectoria de secado. Por otro lado, el esfuerzo efectivo a lo largo de la trayectoria de humedecimiento que inicia en el punto H (Figura 4) es

$$p'_{WPP} = p_{fab} + \bar{p}_0 + \Delta\bar{p}_0 + \chi_w s \quad (23)$$

donde χ_w representa el valor del parámetro χ en trayectoria de humedecimiento. Al resolver simultáneamente las Ecuaciones (22) y (23) es posible definir el valor de la succión para el cual estas curvas se intersecan. A este valor se le denomina aquí succión de colapso. Para succiones por encima de este valor el suelo se comporta elásticamente mientras que para valores por debajo de la succión de colapso, se presenta un comportamiento elastoplástico. Este marco elastoplástico

resuelve la aparente paradoja del fenómeno de colapso por humedecimiento.

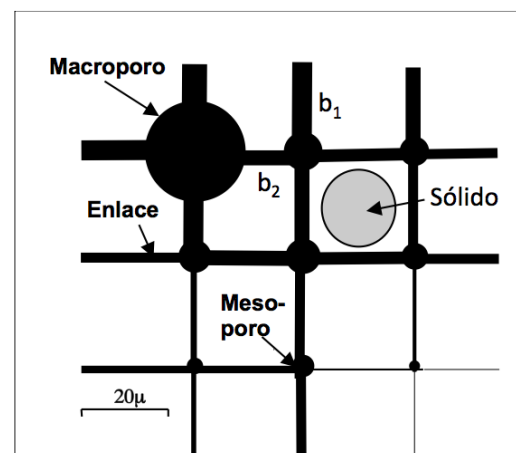
EL MODELO SÓLIDO-POROSO

El modelo sólido-poroso pretende simular de manera aproximada la estructura de los suelos. Se puede construir como una malla bi o tridimensional hecha de cuatro elementos diferentes: los macroporos, los mesoporos, los microporos y los sólidos. Los macroporos son los elementos que colapsan cuando ocurre una deformación volumétrica. Juntos macroporos y mesoporos forman las cavidades las cuales poseen la mayor parte del volumen de vacíos del suelo y se colocan en los nodos de la malla mientras que las líneas verticales y horizontales que unen a los nodos representan los microporos o enlaces. Entre los espacios dejados por las cavidades y los enlaces se colocan los sólidos (ver **Figura 5**). En una malla tridimensional, las cavidades se representan por esferas y los enlaces por cilindros mientras que para una malla bidimensional las cavidades son círculos y los enlaces rectángulos. El número de poros de cada tamaño se puede definir por medio de la porosimetría del material. Para obtener la porosimetría se pueden realizar ensayos por intrusión de mercurio o realizar análisis de imágenes de micrografías obtenidas por medio del microscopio electrónico de barrido. Una vez que se cuenta con la porosimetría, la curva de distribución de tamaño de poro se subdivide en un cierto número de columnas de ancho constante. El área total bajo la curva representa el volumen total de cavidades y el área de cada columna representa el volumen de poros dentro de un cierto rango de tamaños. El tamaño de poro asignado a cada columna es el tamaño medio del rango correspondiente. Dado que el volumen del poro depende de su tamaño, entonces el número de poros de cada rango se puede obtener con el volumen total de poros del rango correspondiente. De manera similar el número de sólidos de cada tamaño se obtiene de la distribución granulométrica utilizando el mismo procedimiento.

Todas las cavidades y enlaces se distribuyen al azar dentro de la malla. Sin embargo, dado que los enlaces deben ser menores que las cavidades que unen y no deben superponerse cuando confluyen en un nodo, se debe establecer un principio constructivo para asegurarse que la malla es físicamente factible. Este principio establece que dos enlaces contiguos (aquellos que forman 90°) que están conectados a una cavidad (enlaces b_1 y b_2 en la Figura 5) deben satisfacer la siguiente condición para evitar que se traslapen

$$r_{b_1}^2 + r_{b_2}^2 \leq r_s^2 \quad (24)$$

donde r_{b_1} , r_{b_2} y r_s representan el radio de los dos enlaces contiguos y del sitio, respectivamente. En aquellos nodos donde el principio constructivo no se cumple, se realizan intercambios de enlaces y sitios con otros nodos hasta que el principio se cumple en toda la malla. Una vez que la malla porosa se ha construido, se colocan los sólidos entre los espacios de cavidades y enlaces. Los sólidos se colocan también al azar pero siguiendo una estrategia de tamaños. Así en las zonas donde existen poros grandes se colocan los sólidos grandes mientras que los sólidos pequeños se colocan en zonas donde existen poros también pequeños.



Una vez que se ha construido el modelo sólido-poroso es posible simular las curvas de retención del suelo y obtener los parámetros f^s , f^u y G_w^u . Para

ello es necesario establecer el tamaño de los poros que pueden secarse o saturarse durante un proceso de secado o humedecimiento, respectivamente, cuando la muestra está sujeta a una cierta succión. Esto se puede hacer por medio de la ecuación de Laplace

$$s = u_a - u_w = 2 T_s \cos \theta / r_c \quad (25)$$

donde T_s representa el esfuerzo de tensión en la interfaz líquido-gas, θ es el ángulo de contacto entre el fluido y las partículas sólidas y r_c es el radio máximo de poro que puede permanecer saturado para una succión dada. Esto quiere decir que todos los poros con un radio igual o menor que r_c pueden saturarse durante un proceso de humedecimiento. Pero debido a que todos los poros están interconectados, además de cumplir con la Ecuación (25) es necesario que estos poros estén ligados a un elemento que ya se ha saturado (y por lo tanto, está interconectado con la frontera donde se ubica la fuente de agua) para que éstos, a su vez, se saturen.

Al inicio de un proceso de humedecimiento, todos los poros están secos y la succión es alta. Al disminuir la succión por etapas, es posible identificar los poros que están conectados a una frontera o a un poro saturado y que cumplen con la Ecuación (25). Así, el volumen de los poros saturados se puede obtener para cada decremento de la succión y la curva de humedecimiento se puede construir. De la misma manera, durante un proceso de secado, todos los poros se encuentran inicialmente saturados. Los poros mayores que r_c se secarán si se encuentran conectados a una frontera o a un elemento que ya ha sido drenado. Por lo tanto, es posible cuantificar el volumen de vacíos que se va secando para cada incremento de la succión y graficar la curva de retención en la rama de secado. Estas curvas se pueden comparar con los resultados experimentales para validar el modelo (ver por ejemplo Rojas, 2008b). En general, la distribución de tamaño de poro de

un material obtenido por el método de intrusión de mercurio o por análisis de imagen solamente reportan el tamaño de cavidades dada la dificultad de medir los microporos o enlaces ya que son extremadamente pequeños. Por esta razón, una manera práctica para obtener la curva porosimétrica de un material es por medio del ajuste de las curvas de retención numéricas (obtenidas mediante el modelo sólido-poroso) con las curvas experimentales. Este procedimiento se desarrolla por medio de la modificación sucesiva de una distribución de tamaños de poro inicialmente propuesta hasta que se logra el mejor ajuste para ambas curvas.

Durante este proceso de ajuste se toma en cuenta que la curva de secado depende fundamentalmente de la distribución de tamaños de los enlaces mientras que la curva de humedecimiento depende básicamente de la distribución de tamaños de las cavidades (Haines, 1930).

Dado que este modelo puede simular la distribución de agua en los poros del material para cada incremento de la succión, entonces es posible determinar el volumen de sólidos y poros que pertenecen a las fracciones saturadas, no saturadas y secas y así obtener los parámetros f^s , f^u y G_w^u que requiere la Ecuación (8).

COMPARACIONES NUMÉRICO-EXPERIMENTALES

El marco elastoplástico propuesto para el comportamiento volumétrico de los suelos no saturados se utiliza aquí para simular la respuesta de muestras compactadas a diversas densidades y sujetas a trayectoria de carga-humedecimiento.

Sun y col. (2007a), reportaron una serie de ensayos bajo succión controlada para observar la influencia de la densidad inicial en el colapso de muestras de suelo compactadas de la arcilla de Pearl. Todos las muestras se prepararon por compactación estática en cinco capas a esfuerzos verticales de 0.3 MPa, 0.4 MPa o 0.6 MPa. Este proce-



dimiento resulta en muestras con relaciones de vacíos que varían desde 1.0 a 1.5 y succiones entre 0.09 y 0.13 MPa. La deformación volumétrica de las muestras se obtuvo midiendo sus desplazamientos verticales y laterales. Los desplazamientos laterales se midieron a tres alturas diferentes y el volumen se obtuvo aproximando la forma lateral de la muestra por medio de una función polinomial de tercer orden.

Después de la compactación, todas las muestras se sometieron a un proceso de uniformización por medio de la aplicación de una succión de 0.15 MPa y un esfuerzo medio neto de 0.02 MPa. Entonces las muestras se cargaron isotrópicamente hasta alcanzar un esfuerzo medio neto previamente especificado manteniendo la succión en 0.15 MPa. Finalmente, la succión se disminuyó por etapas de 0.15 a 0 MPa manteniendo el esfuerzo neto constante. Durante la etapa de humedecimiento, se obtuvo la curva de retención para las diversas densidades y cada esfuerzo isotrópico. Finalmente, la distribución granulométrica del material también se reportó.

Para poder simular el comportamiento volumétrico de los suelos utilizando el marco elasto-plástico, es necesario determinar los valores del parámetro χ a partir de la historia de secado-humedecimiento del material. Para tal fin, se utiliza el modelo sólido-poroso en conjunto con la curva de retención del material. Como se explicó anteriormente, al ajustar las curvas de secado y humedecimiento del material, es posible obtener la distribución de tamaños de cavidades y enlaces. Una vez hecho esto, es posible simular cualquier historia de secado-humedecimiento y definir los parámetros f^s , f^u y G_w^u que se requieren para obtener el valor de χ . Desafortunadamente durante la realización de estos ensayos únicamente se obtuvo la curva de retención en humedecimiento. Por lo tanto, solamente la rama de humedecimiento se pudo ajustar con los resultados experimentales mientras que la curva de secado se ha supuesto. La **Figura 6(a)** muestra el ajuste de la curva

humedecimiento y la suposición hecha para la curva de secado para una muestra compactada a una relación de vacíos de 1.33. De este ajuste, se obtuvo la distribución del tamaño de enlaces y cavidades para la densidad considerada. La figura 6(b) muestra la distribución del tamaño de cavidades de probetas compactadas a diferentes relaciones de vacíos y su comparación con la distribución del tamaño de partículas del material. Esta figura muestra como se reduce el tamaño de las cavidades conforme se reduce la relación vacíos del material.

Una vez que se ha establecido la distribución del tamaño de poro, es posible determinar los valores los parámetros f^s , f^u , f^d y G_w^u por medio de la simulación de las trayectorias de secado-humedecimiento que siguieron las muestras de suelo. Estos parámetros se muestran en las **Figuras 7(c)** y **7(d)** para la etapa de secado (hasta alcanzar un valor máximo de 0.15 MPa) seguido de la etapa de humedecimiento, respectivamente. Utilizando la Ecuación (8) es posible ahora definir el valor del parámetro χ durante las etapas de secado y humedecimiento. Estos valores se muestran en la Figura 6(e) en función de la succión. Una vez que se ha definido este parámetro, es posible determinar los valores de los esfuerzos efectivos en cualquier etapa del ensayo utilizando la Ecuación (7) y entonces definir la geometría de la superficie LC y de la trayectoria de humedecimiento utilizando las Ecuaciones (22) y (23), respectivamente. Al resolver simultáneamente estas ecuaciones se puede definir su punto de intersección para finalmente determinar la respuesta volumétrica del material durante el colapso con las Ecuaciones (5) y (6). Este mismo procedimiento se debe seguir para cada densidad y cada valor del esfuerzo medio neto aplicado.

La comparación entre resultados numéricos y experimentales para muestras compactadas a diversas densidades y sujetas a cargas isotrópicas se presenta en la Figura 7. Las relaciones de vacíos promedio iniciales (e_0) de las muestras ensayadas fueron 1.36, 1.28, 1.17 y 1.05. Se presentan

las curvas tanto para muestras saturadas como no saturadas. Estas curvas se obtuvieron por medio de la Ecuación (5) considerando un valor de $\lambda_e = -0.12$. Las flechas en estas figures indican el valor del esfuerzo de fabricación para cada densidad.

na aproximación entre resultados numéricos y experimentales aunque para las muestras compactadas a una relación de vacíos de 1.28 estas comparaciones no son tan buenas como para las otras muestras.

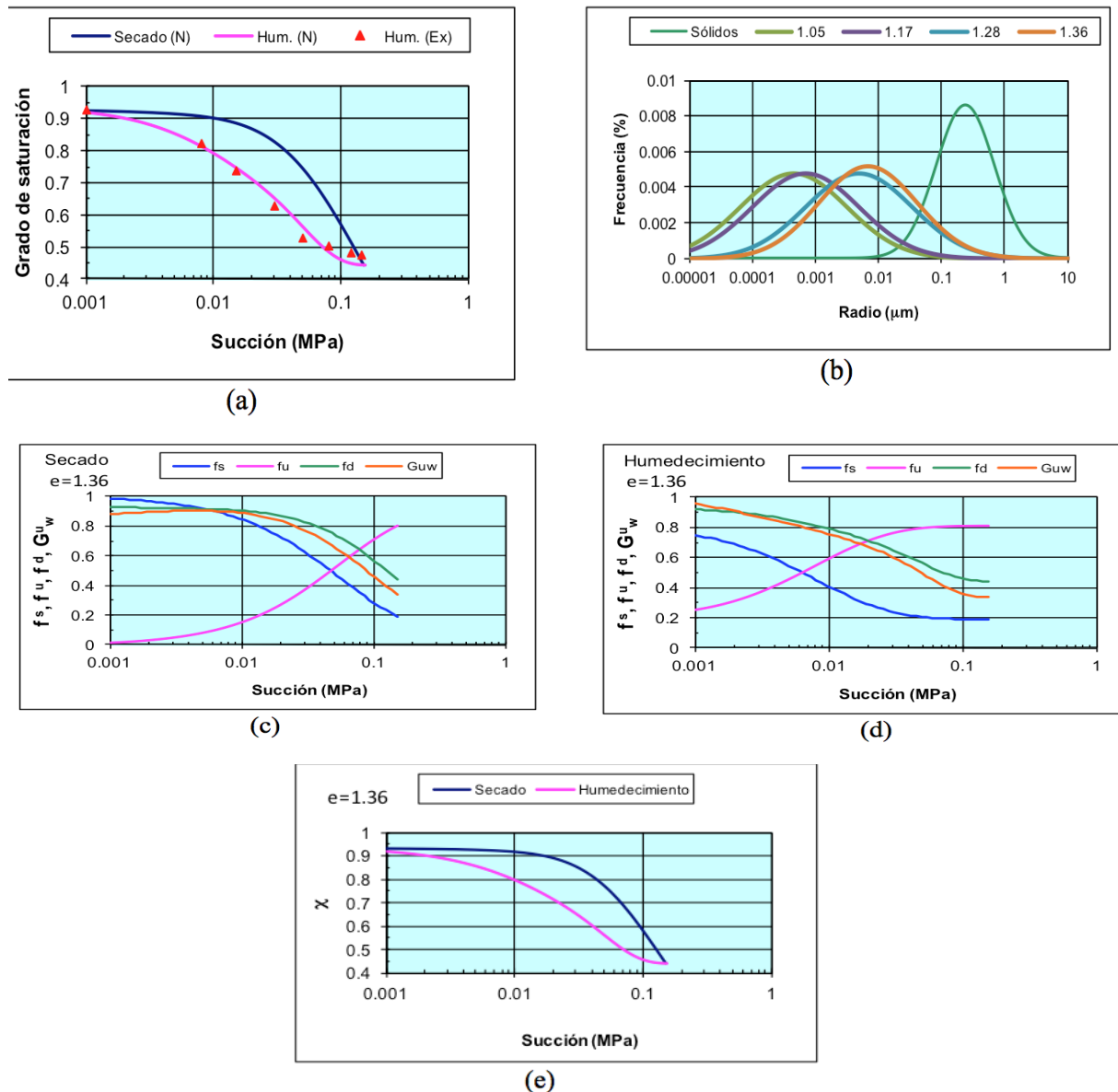


Figura 6. Simulaciones numéricas obtenidas con el modelo sólido-poroso. (a) Ajuste de la curva de humedecimiento, (b) distribución de tamaño de cavidades para diversas densidades y distribución granulométrica del material, (c) y (d) parámetros f_s, f_u, f_d y G_w durante el secado y humedecimiento, respectivamente y (e) valores del parámetro χ durante el secado y humedecimiento. Datos experimentales de Sun y col. (2007a).

Los esfuerzos de fabricación para las muestras compactadas a las relaciones de vacíos de 1.36, 1.28, 1.17 y 1.05 fueron 0.03, 0.06, 0.09 y 0.15, respectivamente. En general se observa una bue-

na aproximación entre resultados numéricos y experimentales aunque para las muestras compactadas a la misma densidad y cargadas a

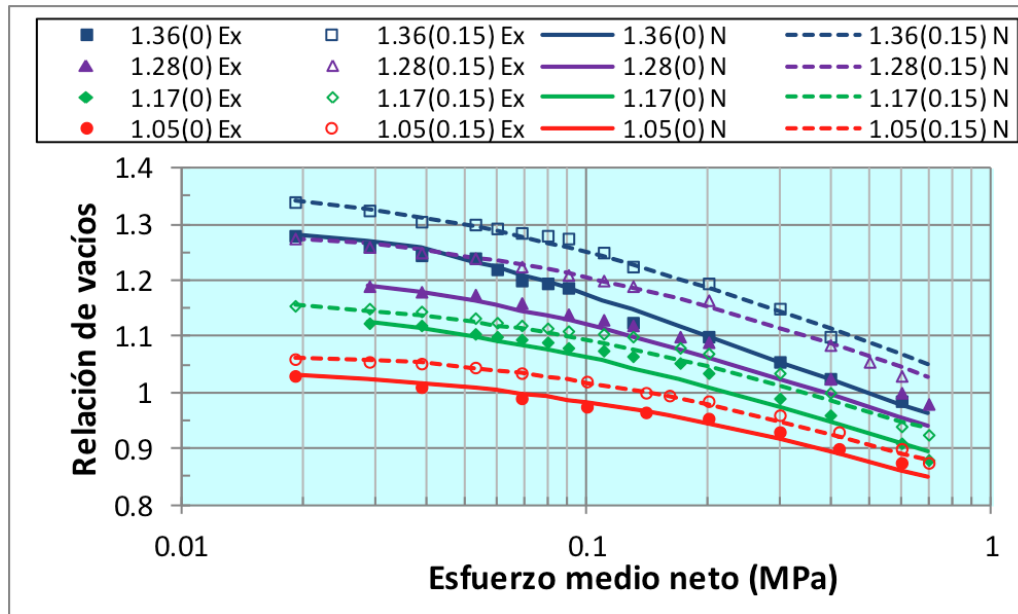


Figura 7. Carga isotrópica en muestras compactadas a diferentes densidades. El primer número que identifica a la muestra indica la relación de vacíos de la muestra compactada y el número en paréntesis indica el valor de la succión durante le etapa de carga en MPa. Ex y N representan resultados experimentales y numéricos, respectivamente. Datos experimentales de Sun y col (2020) Debido a la falta de espacio, en este trabajo únicamente se muestran las comparaciones numéricas y experimentales del fenómeno de colapso para las muestras de suelo compactadas a la densidad correspondiente a $e_0=1.17$ (Figura 8). Estas muestras se cargaron a diversos esfuerzos isotrópicos y finalmente se sometieron a humedecimiento.

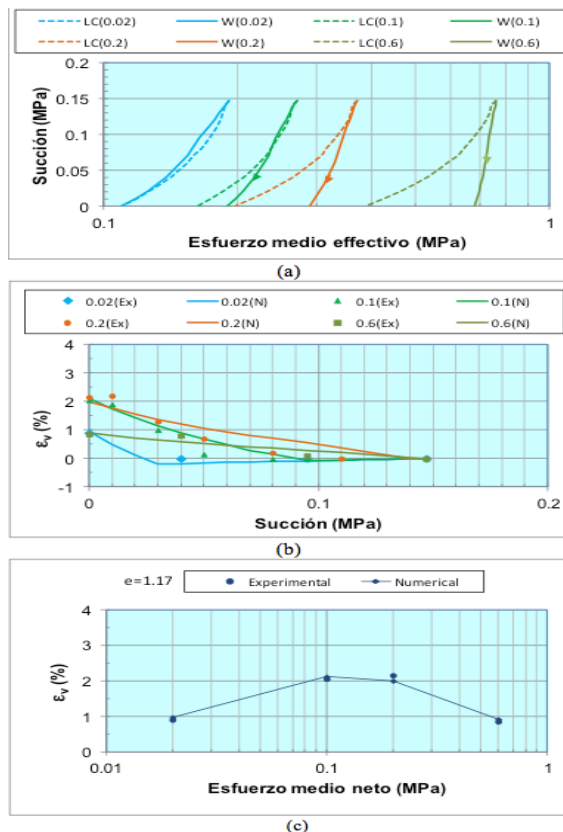


Figura 8. Comparaciones numérico-experimentales de las deformaciones volumétricas de colapso para muestras compactadas a la misma densidad ($e_0=1.17$) y cargadas con diversos esfuerzos isotrópicos. Datos experimentales de Sun y col. (2007a).

esfuerzos isotrópicos que variaron de 0.02 a 0.6 MPa. En la Figura 8(b) se representa la respuesta volumétrica del suelo durante la etapa de humedecimiento en los ejes de succión contra deformación volumétrica. Finalmente, en la Figura 8(c) se representa la deformación volumétrica de colapso contra el esfuerzo medio neto. La superficie LC y la trayectoria de humedecimiento se obtuvieron con las Ecuaciones (22) y (23), respectivamente. En las Figuras 8(a) y 8(b) se observa que el material tiene un comportamiento elástico inicial seguido del colapso. Este mismo comportamiento ha sido observado experimentalmente por Rodrigues y Vilar (2010). El valor de la pendiente de la trayectoria de descarga-recarga fue $\kappa_e = -0.01$. Se puede observar que dependiendo del valor del esfuerzo neto isotrópico aplicado sobre la muestra, la trayectoria de humedecimiento cruza la superficie LC en diferentes etapas del proceso de humedecimiento. Entre mayor es el esfuerzo neto isotrópico aplicado a la muestra, más temprano inicia el proceso de colapso. Para la muestra cargada a un esfuerzo medio neto de 0.02 MPa, el colapso se presenta casi al concluir la saturación de la muestra. Esto ocurre porque el esfuerzo medio neto de $\bar{p}_0 = 0.02$ MPa es muy cercano al valor $\chi_0 s_0 - \chi_{00} s_{00} = 0.018$ MPa que representa el endurecimiento de la superficie LC durante

la etapa de uniformización (ver Figura 4).

El modelo simula correctamente el valor de la succión para la cual el colapso se inicia y la evolución de la deformación volumétrica con la succión (ver Figura 8(b)). En general se observa que para las muestras sujetas a valores mayores del esfuerzo isotrópico, la pendiente de la curva de la deformación volumétrica contra succión se mantiene baja comparada con la de los resultados experimentales. Esto produce predicciones de la deformación volumétrica ligeramente por debajo las experimentales para las muestras cargadas a valores altos del esfuerzo isotrópico. Sin embargo, a pesar de estas diferencias, se puede observar que las simulaciones numéricas predicen correctamente la aparición de un máximo en la deformación volumétrica cuando el esfuerzo isotrópico aplicado se incrementa (ver Figura 8(c)).

Como se indicó anteriormente, este modelo incluye la histéresis de las curvas de retención y el acoplamiento hidro-mecánico de los materiales no saturados.

Los datos requeridos por el modelo para producir estas simulaciones son: las curvas de retención en seco y humedecimiento para cada densidad del material, la granulometría, el esfuerzo de fabricación p_{fab} , las pendientes de carga λ_e y descarga κ_e en los ejes de esfuerzo medio neto contra relación de vacíos, los valores iniciales del esfuerzo medio neto (\bar{p}_0), la succión (s_0) y relación de vacíos (e_0) (para el caso de materiales inicialmente saturados) o bien los datos del proceso de compactación incluyendo la etapa de uniformización para definir la posición inicial de la superficie LC.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un marco teórico elastoplástico basado en el concepto de esfuerzos efectivos capaz de reproducir el comportamiento volumétrico de los suelos no saturados incluyendo el fenómeno de colapso por humedecimiento. Este trabajo confirma que existe una ecuación de esfuerzos efectivos para suelos no saturados con la cual es posible simular tanto la resistencia de los suelos como su comportamiento volumétrico utilizando las mismas ecuaciones generales empleadas para los suelos saturados. Este resultado es sumamente

importante ya que de esta manera se genera una teoría unificada de la mecánica de suelos que comprende a los dos tipos de suelos: saturados y no saturados incluyendo a los materiales compactados. Finalmente, esto permitirá establecer modelos constitutivos para los suelos que sean más generales, sencillos y precisos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso E.E., Gens A. y Josa A., (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Geotechnique*. 40, pp. 405-430.
- Bishop A.W., (1959). The principle of effective stress. *Teknisque Ukeblad*. 39, pp 859-863.
- Bolzon G., Schrefler B.A. y Zienkiewics O.C., 1996. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states. *Geotechnique*. 46, pp. 279-289.
- Butterfield R., (1979). A natural compression law for soils (an advance on e-log p'), *Geotechnique*. 29, pp. 469-480.
- Fredlund D.G. y Morgenstern N.R., (1977). Stress state variables for unsaturated soils, *J. Geotechnical Engineering Division*. 103, pp. 447-466.
- Futai M.M. y Almeida S.S., (2005). An experimental investigation of the mechanical behavior of an unsaturated gneiss residual soil. *Geotechnique*. 55, pp. 201-213.
- Gallipoli D., Gens A., Sharma R. y Vaunat J., (2003). An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behavior. *Geotechnique*. 53, pp. 123-135.
- Haines W.B., (1930). The hysteresis effect in capillary properties and the modes of moisture distribution associated therewith. *Journal of Agricultural Science*. 20, pp. 97-116.
- Infante Sedano J.A. y Vanapalli S.K., (2010). The relationship between the critical state shear strength of unsaturated soils and the soil-water characteristic curve. *Proceedings of the fifth International Conference on Unsaturated Soils*, Barcelona, España. 1, pp. 253-258.
- Juárez-Badillo E., (1975). Constitutive relationships for soils, *Symposium on Recent Developments in the Analysis of Soil Behavior and their Application to Geotechnical Structures*, University of New South Wales, Australia. 1, pp. 231-257.
- Kohgo Y., Nakano M. y Miyazaki T., (1993). Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils. *Soils and Foundations*. 33, pp. 49-63.
- Loret B., y Khalili N., (2000). A three phase model for unsaturated soils. *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 24, pp. 893-927.
- Luth M. y Laloui L., (2008). Effective stress concept in unsaturated soil: Clarification and validation of a unified framework. *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 32, pp.771-801.
- Rodrigues R.A. y Volar O.M., (2010). Experimental study of the collapsible behavior of a tropical unsaturated soil, in *Proceedings 5th Int. Conf. Unsat. Soils*, Barcelona, España. 1, pp. 353-357.



- Rojas E., (2008a). Equivalent stress equation for unsaturated soils, I; Equivalent stress. *International Journal of Geomechanics*. 8, pp. 285-290.
- Rojas E., (2008b). Equivalent stress equation for unsaturated soils, II; Solid-porous model. *International Journal of Geomechanics*. 8, pp. 291-299.
- Sheng D., Fredlund D.G. y Gens A., (2008a). Reply to the discussion by Zheng and Lytton on New modeling approach for unsaturated soils using independent stress variables. *Canadian Geotechnical Journal*. 45, pp.1788-1794.
- Sheng D., Fredlund D.G. y Gens A., (2008b). A new modeling approach for unsaturated soils using independent stress variables. *Canadian Geotechnical Journal*. 45, pp. 511-534.
- Sun D., Sheng D. y Xu Y., (2007a). Collapse behavior of unsaturated compacted soil with different initial densities. *Canadian Geotechnical Journal*. 44, pp. 673-686.
- Sun D.A., Cui H.B., Matsuoka H. y Sheng D., (2007b). A three-dimensional elastoplastic model for unsaturated compacted soils with hydraulic hysteresis. *Soils and Foundations*. 47, pp. 253-264.
- Thu T.M., Rahardjo H. y Leong E.C., (2007). Elastoplastic model for unsaturated soil with incorporation of the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 44, pp. 67-77.
- Vaunaut J., Romero E. y Jommi C., (2000). Elasto-plastic hydromechanical model for unsaturated soils. *Proceedings of the International Workshop on Unsaturated Soils, Trento, Italia*. 1, pp. 121-138.
- Wheeler S.J., Sharma R.S. y Buisson S.R., (2003). Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behavior in unsaturated soils. *Géotechnique*. 53, pp. 41-54.