

## Problemas de este número

*Y después de todo, aparece la derivada*

**Problema 1.** Sea  $f_\lambda(z) := z/1 + \lambda z$ , con  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Suponga que  $H: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  es una función de valores complejos que únicamente es invertible y tal que  $\lim_{z \rightarrow -1/\lambda} H(z) = -1/\lambda$ . Pruebe que

$$\lim_{z \rightarrow -1/\lambda} \left[ \frac{f_\lambda(z)}{f_\lambda(H(z))} \right] = \lambda'(\lambda),$$

donde: ' es la derivada de  $\lambda$  respecto de  $\lambda$  y  $\lambda(\lambda) = -H^{-1}(-1/\lambda)$ .

Explique porqué razón se obtiene  $\lambda'(\lambda)$ .

**Problema 2.** Consideremos la siguiente función de valores complejos:

$$f_\theta(z) := \frac{\cos \theta - z \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \theta - z \cos \theta} \quad \text{para } \theta \in \mathbb{R}.$$

Ahora consideremos la función invertible  $H: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , pruebe que

$$\lim_{z \rightarrow \tan \alpha} \left[ \frac{f_\alpha(z)}{f_\beta(z)} \right] = \alpha'(\beta),$$

donde  $\alpha(\beta) := \tan^{-1}(H^{-1}(\tan \beta))$ , ' es la derivada de  $\alpha$  respecto de  $\beta$ . Explique porqué razón se obtiene precisamente  $\alpha'(\beta)$ .

[Rn]  $7s^2$

**Ra**

Radio

88

Problemas a la carta de Rafael R. del Río Castillo,  
IIMAS, UNAM.

delrio@servidor.unam.mx