

Sistemas numéricos en México prehisánico

Víctor Larios Osorio
Departamento de Matemáticas, CICFM,
Facultad de Ingeniería, UAQ
(vil@sunserver.uaq.mx)

RECIBIDO: 1 de octubre de 1999

PUBLICADO: febrero del 2000

*Para comprender una ciencia
es necesario conocer su historia.*

AUGUSTO COMTE

RESUMEN

En este trabajo se presenta una parte del desarrollo histórico de las culturas que se asentaron en el actual territorio nacional antes de la conquista española. La parte considerada es la que se refiere a los conocimientos matemáticos, y las culturas que se han tomado en cuenta son principalmente la maya y la azteca, por el gran impacto que tuvieron en esa época, tanto desde el punto de vista cultural como sociopolítico. Con ésto se pretende llamar la atención a los docentes de matemáticas, pues estamos seguros de que estos temas son de sumo interés para todo aquel mexicano que desee conocer un poco más sobre los conocimientos matemáticos desarrollados por culturas que progresaron en lo que es actualmente el territorio nacional.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio y descubrimiento de nuestro patrimonio cultural es muy importante y emocionante, especialmente si se desea realizar con alumnos del nivel medio, básico o superior, en un afán tanto de conocer las raíces de las culturas que se han desarrollado en el actual territorio nacional como de establecer un vínculo entre el desarrollo cognoscitivo de los alumnos y el de las mismas culturas humanas.



Para desgracia de nuestros estudiantes, cuando se busca el tema “Historia de las matemáticas”, se toma casi exclusivamente el desarrollo de ésta en Europa, también llamado *viejo continente*, y se ignoran los adelantos científicos que se obtuvieron en el continente americano, denominado como *nuevo*. En parte consideramos que esta omisión se debe a que nos educamos conociendo la historia desde un punto de vista pan-europea, es decir, la ciencia y el desarrollo son primordialmente europeos; por otra parte, ignoramos las culturas que florecieron en los siglos previos a la dominación española.

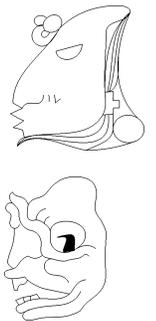
Nuestros alumnos, en su mayoría, no conocen la poca información que existe a este respecto. Sin embargo, la mayor parte de los docentes de matemáticas en cualquier nivel conocen algo sobre este tema, pero de manera somera y superficial, faltando profundizar para descubrir hechos más interesantes de las culturas mesoamericanas.

Desafortunadamente para los interesados, gran cantidad de la información que existió en material de tipo documental y monumental se ha perdido, en parte por causas naturales (escritura o escultura en materiales perecederos) o por causas artificiales, en las cuales se especializaron los soldados españoles y los sacerdotes católicos en aquellas fechas oscuras para las civilizaciones americanas.

II. UN NUEVO MUNDO: MATEMÁTICAS ANTES DE LA LLEGADA DE COLÓN A AMÉRICA

En el actual territorio nacional se asentaron y desarrollaron diversas culturas desde milenios antes de Cristo. Según datos de Haberland, el hombre como tal existió en estas regiones desde alrededor del año 11 000 a.C. (Haberland, 1974), pero las culturas en un sentido más complejo se comenzaron a desarrollar alrededor del año 1 500 a.C., principalmente en la zona de Monte Albán y el sur de la costa del Golfo de México con la cultura Olmeca. En este punto podemos comparar este año de 1 500 a.C. contra el año 3 000 a.C. en el sentido de que se desarrollaron culturas en Occidente, como los caldeos y los egipcios, y llegar a la conclusión de que en América el comienzo de la cultura estaba atrasada con respecto a Occidente; sin embargo, este “atraso” fue compensado en algunos aspectos.

En Mesoamérica la mayor aportación matemática al parecer está ligada estrechamente con cuestiones astronómicas, principalmente el calendario, y en menor grado con la estadística, aparentemente todo esto por cuestiones prácticas de la vida diaria. Resulta interesante observar que, por ejemplo, mientras en la Europa de los siglos v al xv la visión del cosmos era en general resultado de las interpretaciones de un texto religioso, en Mesoamérica



esta cosmovisión se basaba generalmente en relaciones astronómicas y matemáticas.

A diferencia de lo que comúnmente se cree, los numerales escritos con puntos y rayas no fueron inventados por los mayas, pues existe evidencia de su uso en por lo menos dos monumentos de La Venta (en el estado de Tabasco), que se desarrolló entre el 800 a.C. y el 400 a.C. (Haberland, 1974), antes del periodo en que se desarrolló la cultura maya. Sin embargo, estos numerales se presentan de una manera desarticulada y parcial. Al parecer, su desarrollo se realiza en el seno de la cultura olmeca, en la zona de Monte Albán, antes de ser adoptada por la cultura maya. No se sabe nada con certeza acerca de su origen antes de esta época.

Podemos mencionar que se han encontrado cuatro series de inscripciones de este sistema de numeración, a saber (Garcés, 1982):

- 1) Un grupo antiguo de numerales de *Monte Albán* (siglos IV o V a.C.).
- 2) Un grupo de inscripciones de *el Séptimo Baktún* (siglos del I a.C. al II d.C.).
- 3) Inscripciones de *Kaminaljuyú* (siglos I o II d.C.).
- 4) Inscripciones de *el Petén* (siglos III y IV d.C.).

III. EL CERO Y EL SISTEMA POSICIONAL EN MESOAMÉRICA

Si uno compara las fechas de los descubrimientos y desarrollos entre el “avanzado” Occidente y las culturas “atrasadas” de América, en lo que a aritmética se refiere, podría llevarse una sorpresa.

Para visualizar la notación posicional en la cultura hindú primero recordaremos que en ésta no se presentó al inicio del desarrollo de sus numerales, sino que apareció posteriormente. Los numerales más antiguos que se han encontrado usando el valor de posición y el cero procede del año 876 d.C., aunque existen inscripciones árabes del año 873 d.C. y una inscripción indochina del año 604 d.C. (Garcés, 1982). En ambos casos se tiene la certeza de que existe gran influencia hindú.

Por otro lado, los monumentos de *el Séptimo Baktún* ya utilizan la posición en los numerales, siendo por tanto los más antiguos en América con esta característica. Entre estos monumentos existen la estela 2 de Chiapa de Corzo y la estela C de Tres Zapotes que, al ser fechadas en los años 35 a.C. y 31 a.C., respectivamente, anteceden por más de novecientos años a las más antiguas inscripciones hindúes que usan numerales con valor posicional, y por más de seiscientos a las más antiguas de Indochina. Si, consecuentemente, consideramos que en Europa este tipo de numerales son introducidos hasta el año 976 d.C. (Willerding, 1971), tenemos entonces una diferencia de un milenio con la inscripción posicional más antigua mesoamericana.



Todos los conocedores de la aritmética saben que sin el símbolo del cero un sistema de notación posicional no puede sobrevivir correctamente, para lo cual hay que anotar que los ceros más antiguos escritos de los que se tiene conocimiento son los ceros esculpidos en la estela 18 de Uaxactún (perteneciente al grupo de inscripciones de *el Petén*), fechada en 357 d.C., que anteceden por 519 y 247 años a los ceros más antiguos hindú e indochino, respectivamente.

Otra diferencia existente, más conceptual, es que mientras el cero hindú es un punto de menor dimensión que los demás numerales, el cero maya reviste una importancia especial, lo que se determina viendo sus representaciones (figura 1). En los códices el cero se representa con una concha o un caracol, ambos símbolos asociados con la muerte, la ausencia de vida y el fin de un ciclo; otras variantes, como la llamada “forma humana”, presentan características de la muerte y adornos referentes a los dioses del inframundo, mientras que la mano atravesada en la mandíbula significa complementamiento o la mano que ata los días y los años en haces completos; por otro lado, la variante monumental tiene la forma de una *Flor calendárica*, que viene siendo el símbolo del calendario sagrado, el emblema de la eternidad, del tiempo y de la regularidad cósmica. En el otro lado, el cero hindú es denominado como *Surya*, que significa “nada” y el cero maya posiblemente como *Xixim*, que es el nombre de la concha que lo representa.

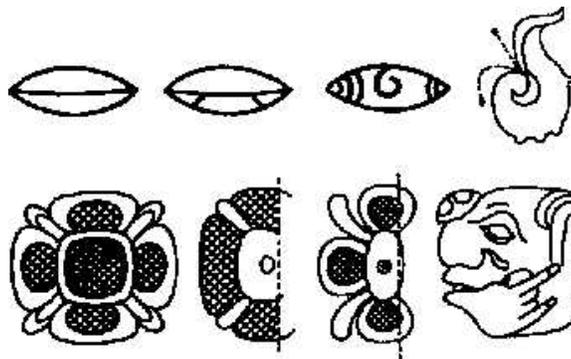
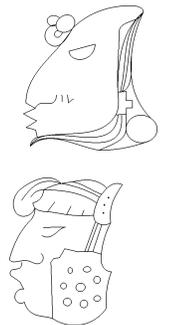


FIGURA 1. Algunas representaciones del cero maya. En la fila superior tal como se presenta en los códices y en la inferior en los monumentos (Garcés, 1982).

En cada uno de los lados del mundo se desarrolló un tipo de numeración, de este lado con base vigesimal y en aquel lado con base decimal, cada uno con su respectiva simbología. Podríamos preguntarnos ¿cuál es más práctico? Quizá para nosotros sea más fácil escribir en el sistema decimal, por costumbre, pero esto no implica que el sistema vigesimal sea peor. De hecho ambos sistemas son equivalentes y son las costumbres de uso las que determinan cuál es más fácil y cuál es más difícil. Asimismo, se piensa que



el desarrollo del sistema vigesimal se originó al tomarse como base los 20 dedos que posee el cuerpo humano, mientras que el decimal únicamente toma los 10 dedos de las manos,

IV. UN VIAJE POR EL MAYAB: LA MATEMÁTICA MAYA

La cultura que tuvo el desarrollo más sustentable en el aspecto matemático-astronómico y se asentó en el actual territorio de México fue la maya, por lo cual le dedicaremos la mayor parte de este trabajo.

Esta cultura estuvo asentada en los actuales territorios de los estados de Chiapas, Campeche, Yucatán y Quintana Roo, en México, y en los países centroamericanos de Belice, Guatemala, Honduras y El Salvador. El periodo de su desarrollo comprende aproximadamente desde 1 500 a.C. hasta 1 697 d.C., dividiéndose en tres épocas: preclásica, clásica y postclásica.

Como ya se mencionó, los numerales se desarrollaron y consolidaron con los mayas, en una notación vigesimal y posicional, por lo cual abordaremos aquí lo que se refiere a la numeración y su calendario, por estar íntimamente ligados el uno con el otro.

Los numerales mayas tenían dos variantes (figura 2): los *numerales geométricos* o *normales*, y los *numerales en forma humana* que, por lo general, se presentaban como caras antropomorfas, aunque existen casos especiales donde se presenta todo el cuerpo (Garcés, 1982).

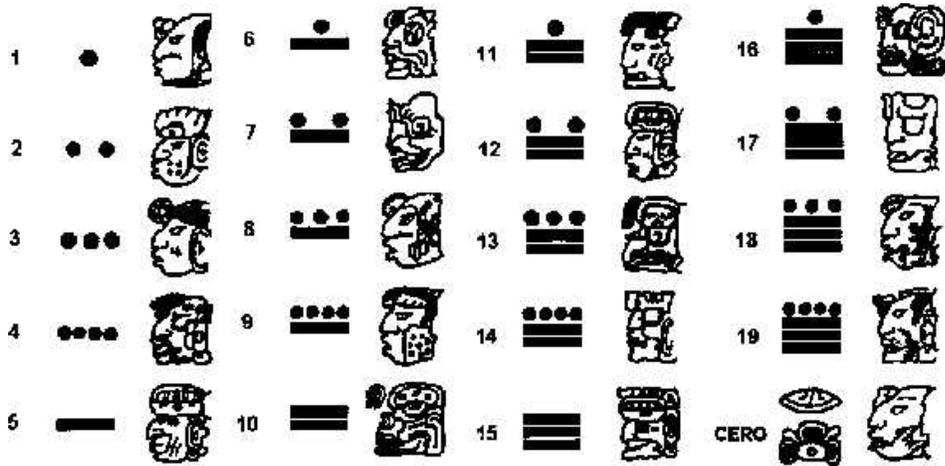
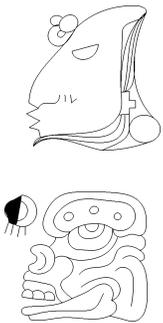


FIGURA 2. Numerales mayas (Garcés, 1982 y 1985).

La primera notación, la geométrica, está constituida por puntos, rayas y el símbolo de la concha. Esta es la que comúnmente se conoce y difunde

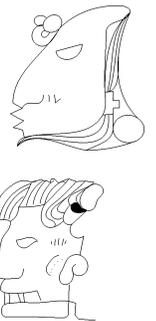


como la notación maya. Su utilización es simple: los puntos representan unidades y las rayas cinco unidades; se pueden formar agrupaciones de puntos con un número máximo de cuatro y las rayas tienen como máximo el de tres por cada agrupación, todo esto utilizando un principio de adición. Se manejan de este modo representaciones del cero al diecinueve, pues cada posición en el sistema es de veintenas. Sin embargo, en el *Códice Madrid* el numeral 20 se expresa también con el símbolo de la Luna, el cual se puede apreciar en la figura 3 (Sotelo, 1997),



FIGURA 3. Dos representaciones del numeral 20. A la izquierda, tal como aparece en la página 28 del *Códice Madrid* (Sotelo, 1997); a la derecha, según Thompson (1994).

La segunda notación, la variante de cara, es una colección de 20 glifos que representan caras mostradas en perfil. Con esta notación los numerales mayas alcanzaban la madurez de los numerales hindúes, ya que no se utilizaba el principio de adición sino que cada número estaba representado por un guarismo, aunque con el pequeño problema de su complejidad. Las variantes de caras se utilizaban casi exclusivamente en los fechamientos y numerales monumentales, en los cuales iban acompañados, por lo general, por los mismos numerales pero en la notación geométrica. Según Morley los numerales en su notación de cabeza tienen como base los guarismos del 0 al 12, que corresponden a las trece deidades del *oxlahuntikú* o *mundo superior*, mientras que la mandíbula descarnada del guarismo del 10 se convierte en el elemento base para formar los numerales del 13 al 19 al añadir dicha parte a los guarismos correspondientes del 3 al 9 (Morley, 1983). Los guarismos iniciales tienen siempre las mismas características en los diferentes monumentos, de esta suerte tenemos que el numeral 1 es identificable por el mechón de cabello, vinculado con la diosa de la Luna; el numeral 2 muestra una mano abierta arriba de la cabeza y simboliza la muerte y el sacrificio; el 3, con un tocado a modo de turbante, simboliza el viento y la lluvia; el 4 tiene un signo del Sol a la derecha; el 5 es el rostro de un anciano; el 6 se reconoce fácilmente por el símbolo de hacha que se presenta en su ojo, significando lluvias y tormenta; el 7 simboliza al Sol nocturno; el 8 simboliza al dios del maíz con una planta de este tipo visible en su tocado; el 9 lleva puntos en la mandíbula y representa a una serpiente; el 10, como ya dijimos, presenta la mandíbula descarnada, símbolo de muerte; el



11 muestra el símbolo de montaña–tierra y el 12, que simboliza a Venus, lleva un “signo de cielo” sobre su cabeza (Aveni, 1993).

Para denotar una cantidad en este sistema las posiciones se colocan de manera vertical aumentando de abajo hacia arriba, de tal forma que los guarismos que representan a las unidades se localizan en la parte inferior y van aumentando progresivamente en potencias de 20 al ascender. De esta manera llegaron a expresar la cantidad 12 489 781, que es el número mayor que se sabe escribieron y el cual se encuentra en la página 61 del *Códice Dresden* (Gortari, 1991).

El sistema vigesimal maya tiene como digno representante la llamada “Cuenta larga”, que no es otra cosa que el cálculo calendárico maya de la época clásica, el cual determina fechas basado en el conteo de los días a partir de la fecha inicial maya que corresponde al 12 de agosto del 3113 a.C. (0.0.0.0.0 4 Ahua 8 Cumhú como se le representa actualmente), que coincidió con el paso del Sol por el cenit en Copán (Aveni, 1993).

Este sistema tiene como la unidad el día, o *kin*, y las posiciones van aumentando en potencias de 20 en 20, a excepción de la segunda posición, el *uinal*, que tiene 18, ya que 360 (18 × 20) se acerca más a la duración del año real. Hay que hacer la importante observación de que según Morley (1983) esta distorsión se presenta únicamente en los cálculos calendáricos. Después de la segunda posición se sigue nuevamente multiplicando por 20 hasta formar los nueve periodos de tiempo:

20 kines	= 1 uinal,	o	20 días
18 uinales	= 1 tun,	o	360 días
20 tunes	= 1 katún,	o	7 200 días
20 katunes	= 1 baktún,	o	144 000 días
20 baktunes	= 1 pictún,	o	2 880 000 días
20 pictunes	= 1 calabtún,	o	57 600 000 días
20 calabtunes	= 1 kinchiltún,	o	1 152 000 000 días
20 kinchiltunes	= 1 alautún,	o	23 040 000 000 días

El *uinal* pudo haber sido un mes lunar reformado, dado que contiene la palabra “luna”, mientras que el *tun* significa “piedra”, quizá porque cada *tun* era marcado en piedra. Por otro lado, el *baktún* fue originalmente llamado “ciclo” por los investigadores modernos, pero tal parece que su nombre original es aquél.

La representación que se utiliza actualmente de la *Cuenta larga* consiste en un conjunto de cinco números, del cero al 19, separados entre sí por puntos. Los datos escritos entre cada punto quieren decir la cantidad en cada una de las posiciones del sistema vigesimal calendárico, con el periodo de mayor tiempo a la izquierda y los días (unidades) a la derecha. Por ejemplo, consideremos la fecha expresada como 9.6.10.0.0, que corresponde



al 29 de enero del 564 de nuestra era, quiere decir que se tienen 0 *kines*, 0 *winales*, 10 *tunes*, 6 *katunes* y 9 *baktunes*, lo que da como total 1342 800 días a partir de la fecha inicial. Con este sistema llegaron a hacer cálculos calendáricos que abarcan más de 90 y 400 millones de años hacia el pasado en dos estelas de Quirigüá, así como 4000 años hacia el futuro (Gortari, 1991).

Los mayas introdujeron un año civil, llamado *haab*, organizado en 19 meses, 18 de ellos contaban con 20 días y el decimonoveno mes contaba con 5 días, los días aciagos, sin nombre, que se denominaban *uayeb*, “fin” o “muerte” (Garcés, 1982), con lo que se completaban los 365 días del año. Por otro lado, y paralelamente al anterior, se llevaba la cuenta del calendario ritual de 260 días, llamado *tzolkín*, que se formaba combinando los números del 1 al 13 con veinte jeroglíficos de los días mayas. Juntando ambos calendarios la misma fecha se vuelve a repetir cada 18 950 días, equivalentes a 73 *tzolkines* o 52 años civiles, periodo de tiempo que los investigadores modernos llaman “Rueda calendárica”. Esto lo podemos ilustrar suponiendo que nuestro actual calendario tuviera una gigantesca semana de 260 días, en lugar de siete, que comenzara con el lunes; supongamos un año que inicia el lunes 1 de enero, entonces, e ignorando los años bisiestos, pasarían 52 años civiles, de 365 días, para que volviera a ocurrir otro lunes 1 de enero. Se ha pensado que este calendario ritual fue creado en Copán ya que el paso del Sol por el cenit en esta ciudad (ubicada en la lat. 14°57' N) divide el año en dos partes de 260 y 105 días. Sin embargo, existen inscripciones zapotecas que muestran su utilización en épocas anteriores a Copán (que datan de alrededor del 600 a.C.). Existe la posibilidad de que primero se hubiere creado el calendario ritual y después se buscara la localización para la construcción de la ciudad (Aveni, 1993).

Además este intervalo de 260 días quizá tenga relación con otros sucesos astronómicos, ya que el periodo de apariciones de Venus es de 263 días en promedio y el periodo sinódico de Marte es tres veces 260 días, por citar dos ejemplos.

Sin embargo, al considerar los mayas un año de 365 días su calendario iría perdiendo progresivamente su exactitud, pues el año solar no dura 365 días exactos, por lo que los fechamientos de la *Cuenta larga* contienen una serie inicial, que contiene los cálculos del día a partir de la fecha cero, y una serie complementaria, que contiene información sobre la Luna en la fecha dada. Todas estas cifras hacen que se lleguen a utilizar 10 jeroglíficos para datar cualquier fecha, lo cual hacía que la precisión fuera tan grande que una fecha no se volvería a repetir sino hasta pasados 374 440 años. Posteriormente, a fines de la época clásica, las inscripciones se redujeron a tres jeroglíficos y con ello la precisión se redujo a 19 000 años. Sin embargo, en la época postclásica se hizo otra reducción creándose la *Cuenta corta*,



cuya precisión era de sólo 256 años. John Teeple hace un planteamiento a este respecto en el que cree que los mayas se sintieron lo suficientemente hábiles con sus cálculos astronómicos y calendáricos como para llevar a cabo dichas abreviaciones en las inscripciones (Aveni, 1993).

Con su sistema numérico los mayas podían ejecutar las cuatro operaciones fundamentales, como nosotros con el sistema decimal, ayudándose para ello con la construcción de tablas de multiplicar y con la utilización de un especie de ábaco constituido por una cuadrícula o tablero matemático, el cual estaba hecho con varas, o pintado en el piso, y se utilizaban semillas o pequeños trozos de varas para representar los números. Al tipo de cuadrícula que utilizó esta cultura se le puede llamar *esquema matricial* y con éste se pueden llevar a cabo todas las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y algunas otras, como la obtención de raíces. De esta manera las bases del álgebra matricial, comenzada a desarrollarse en Occidente a finales del siglo pasado, fueron utilizadas por los mayas hace ya muchos siglos (Garcés, 1982).

Utilizando básicamente estos elementos los mayas estudiaron el cielo, al parecer principalmente en Copán y en Palenque, logrando determinar con gran exactitud algunos periodos astronómicos como son el mes sinódico lunar, el año trópico y algunos ciclos de eclipses. No utilizaron fracciones como tales pero, como los cálculos astronómicos implicaban su uso, echaron mano de ecuaciones para su representación, lo cual resulta engorroso pero eficaz y, en ocasiones, más exacto que algunos cálculos europeos de ese tiempo. De este modo, por ejemplo, en Palenque representaron una lunación utilizando la fórmula $81 \text{ lunas} = 2392 \text{ días}$, lo que equivale a 29.53086 días, mientras que actualmente se considera que el valor es de 29.53059 días. Siguiendo este método, calcularon y expresaron el año trópico en 365.24038462 días, según Elí de Gortari (1991), o en 365.2420 días, según Guillermo Garcés (1982), con lo que se tiene un error por defecto de sólo 0.00181417 días y 0.00019879 días, respectivamente, comparado con el valor actualmente reconocido de 365.24219879 días. Cabe mencionar que dicho valor era más exacto que el cálculo europeo de ese tiempo plasmado en el calendario juliano, el cual tenía un error por exceso de 0.00780121 días; mientras que el dato proporcionado por Guillermo Garcés resulta aún más exacto que nuestro actual calendario gregoriano, que tiene un error por exceso de 0.00030121 días, y que fue implantado un milenio después de los cálculos mayas.



V. DE LOS PENSADORES A LOS GUERREROS: LA CULTURA AZTECA



Otra cultura muy importante desarrollada al final del periodo prehispánico en el norte de Mesoamérica es la azteca. Los aztecas recibieron como un legado parte de la cultura desarrollada en las costas del Golfo de México

y Centroamérica, por medio de intercambios comerciales y expediciones guerreras.

El pueblo azteca tiene su origen como tribu chichimeca (de los “bárbaros” del norte) con costumbres nómadas y guerreras, cuya primera señal certera en el Valle de México fue en el año 1256 d.C., en la zona del actual Bosque de Chapultepec, y posteriormente emigraron dentro del valle para finalmente fundar la ciudad de Tenochtitlan en un islote del Lago de Texcoco en el año 1370 d.C. Pasados 60 años su dominio fue sobre el valle y posteriormente lo extendieron de océano a océano durante los siguientes 90 años (Haberland, 1974).

En esta zona, alrededor del siglo X, la numeración tomó tres vertientes: los numerales de puntos y rayas, los numerales con valores astronómicos y los numerales de uso común. Estas tres vertientes estuvieron presentes en la cultura azteca en mayor o menor medida. La vertiente de puntos y rayas no alcanzó mucha difusión, aunque sí se utilizó y prueba de ello son los códices *Vaticano A 3738*, *Telleriano Remensis* (París) y *Aubin* (París) (Garcés, 1982). Las dos vertientes restantes quedaron bajo una influencia ideográfica proveniente de la escritura azteca, la cual aún no se desarrollaba, era inicial y “en forma de adivinanza”, según Haberland (1974).

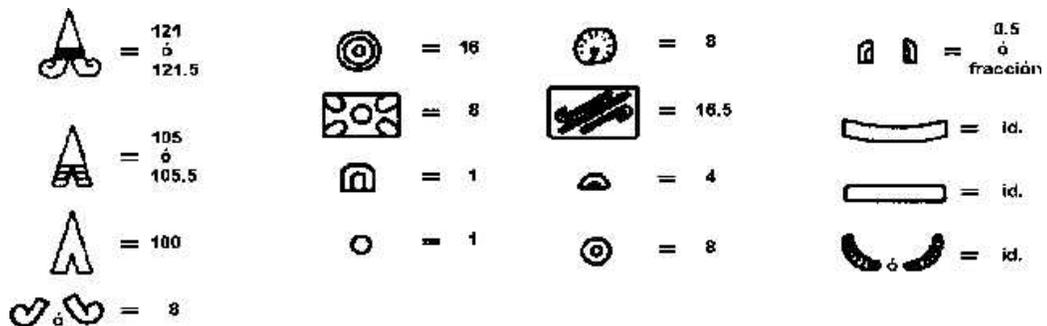
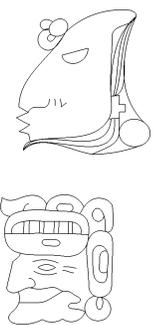


FIGURA 4. Numerales astronómicos con su valor (Garcés, 1982).

Los numerales con valores astronómicos (figura 4) se desarrollaron en varios centros ceremoniales del Altiplano Central y los aztecas los utilizaron para transmitir sus conocimientos astronómicos. No cualquiera los podía manejar o entender, eran numerales que sólo las personas con conocimientos al respecto podían descifrar. Cada uno de los símbolos utilizados tiene su interpretación astronómica, por ejemplo, el símbolo que se forma con un cuadro con cinco puntos representa el 8, porque cinco años sinódicos de Venus equivalen a ocho años de 365 días terrestres. Asimismo, existen en ocasiones varios símbolos para un mismo número y también ya aparecen símbolos para representar mitades. Esta vertiente no tiene base numérica alguna, sino que está basada en las observaciones astronómicas; tampoco



tiene la característica de ser posicional, aunque los numerales tenían que colocarse en un orden determinado para expresar una serie numérica en particular.

La tercer vertiente de los numerales es la que se utilizó en las cuestiones mercantiles, comerciales, estadísticas o de la vida cotidiana. La lectura de estos numerales estaba al alcance de todos, por su simplicidad, y tenía una base vigesimal, como la mayoría de los sistemas mesoamericanos, pero no tenía la característica de ser posicional. El símbolo utilizado para la unidad era un punto, utilizado por lo general en cuestiones relacionadas con fechamientos y nombres, o un dedo, utilizado principalmente en cuestiones estadísticas; para las veintenas se utilizaba una bandera, llamada *cempoalli*; para los 400 (20×20) se utilizaba un símbolo que algunos interpretan como una rama de pino y otros como un abeto, utilizándose éste por ser “numeroso como el cabello” y se llamaba *tzontli*; para los 8 000 ($20 \times 20 \times 20$) se utilizaba una bolsa de incienso o costal denominado *xiquipilli* (Vaillant, 1960), cantidad usada para el manejo de la moneda en los mercados, algo similar a los millones o miles de pesos actuales (figura 5).

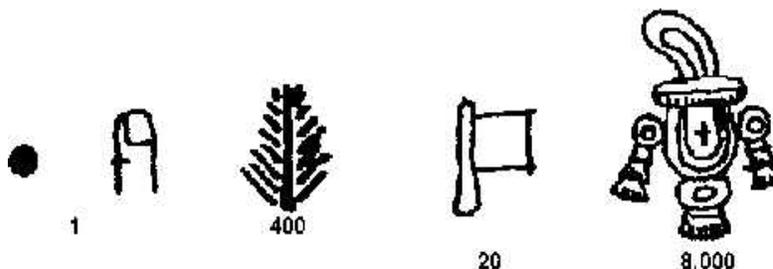
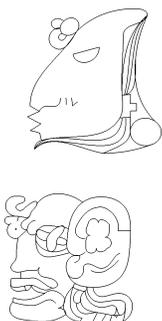


FIGURA 5. Numerales utilizados por los aztecas (Vaillant, 1960).

Los números se representaban uniendo estos símbolos de tal manera que no se podían poner más de una veintena de un mismo tipo juntos. No existe valor posicional sino que se utiliza el principio de adición y, al parecer, no existe un orden específico en el que se deben poner.¹

Existen varios manuscritos posteriores a la Conquista en los que se presentan otros símbolos y diversos artificios para expresar numerales y fracciones. Uno de estos lo menciona Vaillant (1960) en su obra e incluye expresiones de fracciones por medio del oscurecimiento de mitades o cuartas partes de un punto; denotación del 5, el 10 y el 15 poniendo partes de un *cempoalli*; y la presentación de centenas menores al 400 mediante la presentación incompleta del *tzontli*. Sin embargo, no es considerado nativo, sino que posee adaptaciones europeas. Otros documentos de este tipo son

¹Cf. Paredes Mondragón, J., “Numeración azteca”, *Eureka* 14 (junio de 1999) pág. 43. Nota del editor.



los que presenta Pablo Noriega (1994), como los *Códices de Santa María Asunción y Vergara*, ambos de la zona de Texcoco, en el cual aparece una simbología diferente, así como la presentación de fracciones, escrito sobre papel europeo con finalidades básicamente demográficas y catastrales.

Existe un punto digno de mención: los aztecas no presentan, o no se ha encontrado, un símbolo que represente el cero. El sistema, por no ser posicional, no tenía necesidad de éste.

Una de las razones por las que se desarrolló el sistema de numeración azteca era por cuestiones de tipo estadístico, como por ejemplo el registro de la cantidad de tributos que los pueblos sojuzgados entregaban a las metrópolis de la “Triple Alianza”. Existen varios de estos documentos y en ellos se registran gran cantidad de datos en los que se presenta el tipo de tributo enlazado con la cantidad por medio de una línea. La importancia de estos documentos para la organización y administración de los tributos que arribaban a la metrópoli era muy grande, ya que las cantidades de algunos materiales era enorme. Por ejemplo, se menciona que llegaban a la ciudad de Tenochtitlan 14 000 cargas de maíz (605.5 toneladas), 105 000 cargas de frijol (4541.25 toneladas), 36 000 cargas de cañas para flechas (1557 toneladas) y 187 560 cargas de cobertores de algodón (8 111.97 toneladas), entre otras muchas cosas; sin registros de algún tipo la organización, la administración y la distribución de estos materiales entre una población de alrededor de 300 000 habitantes hubieran sido caóticas.

Sin embargo, hay evidencia de que utilizaron un computador manual semejante al ábaco llamado *nepohualtzintzin*, el cual estaba constituido por un mecanismo móvil de siete hileras con 13 elementos cada una, divididas por una regleta central, de madera, con 39 elementos en la parte superior y 52 en la inferior, los que estaban hechos de jade, oro o madera (Esparza, 1978).

El calendario azteca tenía la misma estructura que el maya con los únicos cambios en los nombres de los meses y de los días. Por un lado tenían el calendario ritual, llamado *tonalpohualli*, de 260 días (20 signos relacionados con 13 números) y que era utilizado principalmente para determinar el nombre y la suerte de las personas nacidas en esos días; y, por otro lado, el calendario civil, de 365 días repartidos en 18 meses de 20 días y un mes (*nemontemi* o de mala suerte) de cinco días. Estos dos calendarios se repetían tras un ciclo de 52 años, igual que los mayas, llamado *xiuhmolpilli*.

Aunque las dos civilizaciones utilizaron el calendario como medio para determinar los tiempos de los ciclos agrícolas, existen dos diferencias principales que podemos marcar entre ellos, una que se refiere al uso y otra que es de notación. La primera es que los mayas utilizaron el calendario para determinar hechos históricos mientras que los aztecas lo utilizaron para cuestiones de índole adivinatoria y mágica; la segunda diferencia, de



notación, es que los mayas utilizaron un sistema para contar los días a partir de un día inicial (el sistema de *Cuenta larga*), mientras que los aztecas enumeraban los años relacionando números con diversos elementos que aparecen dentro de los 20 días del mes.

El punto álgido de la astronomía mexicana quedó representado en dos monumentos escultóricos: el “Disco de Tizoc” y la “Piedra del Sol” (comúnmente llamada “Calendario azteca”). Ambos monumentos presentan diversas mediciones astronómicas y matemáticas que si se hubieran llevado a cabo únicamente por medio de la práctica les hubiera costado casi un milenio de observaciones. Asimismo, las relaciones simétricas y geométricas de ambos monumentos son muy impresionantes, así como su composición artística.

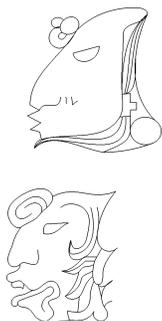
El Disco de Tizoc tiene como principal dato el periodo de traslación del planeta Venus alrededor del Sol, así como el ciclo de este planeta, lo cual era considerado muy importante en los ciclos calendáricos.

Por otro lado, la Piedra del Sol tuvo tal importancia en la astronomía y cosmovisión azteca que Guillermo Garcés (1982) lo identifica como “la culminación de la astronomía del México precolombino”, mientras que George Vaillant (1960) menciona que “da forma a un resumen finito del infinito universo azteca”. Este monumento fue descubierto en 1790 y desde entonces ha sido estudiado, llegándose a la conclusión de que es un reloj cósmico que registra movimientos planetarios, eclipses, lunaciones y movimientos astronómicos. Su estructura es de diez anillos concéntricos, llamados “círculos”, más otro que se localiza en su canto. Cada uno de los círculos tiene una interpretación tanto matemática–astronómica como religiosa y algunos círculos se pueden combinar parcialmente entre sí para aportar más datos matemáticos y astronómicos.

Sin embargo, todos estos conocimientos, y otros muchos más, se vieron truncados el día *ce coatl* del año *yei calli* (13 de agosto de 1521, en cristiano), pues la ciudad de Tenochtitlan cayó ante el invasor español, marcándose con ésto el fin irremediable de los reinos del norte de Mesoamérica, así como la pérdida de una gran cúmulo de conocimientos y el inicio de la dominación española en México,

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- [1] Aveni, Anthony F., *Observadores del cielo en el México antiguo*, Fondo de Cultura Económica, México, 1993.
- [2] Esparza Hidalgo, David, *Nepohualtzintzin*, Editorial Diana, México, 1978.
- [3] Garcés Contreras, Guillermo, *Pensamiento matemático y astronómico en el México precolombino*, Instituto Politécnico Nacional, México, 1982.



- [4] Gortari, Elí de, *La ciencia en la historia de México*, 4a. edición, colección “Tratados y Manuales Grijalbo”, Editorial Grijalbo, México, 1991.
- [5] Haberland, Wolfgang, *Culturas de la América Indígena. Mesoamérica y América Central*, Fondo de Cultura Económica, México, 1974.
- [6] Morley, Sylvanus G., *La civilización maya*, Fondo de Cultura Económica, México, 1983.
- [7] Noriega B., Pablo, “El Códice de Santa María Asunción”, *Arqueología Mexicana* **II**, 8 (junio–julio de 1994), pp. 74–79.
- [8] Sotelo Santos, Laura Elena, “Los códices mayas”, *Arqueología Mexicana* **IV**, 23 (enero–febrero de 1997), pp. 34–43.
- [9] Soustelle, Jacques, *El universo de los aztecas*, Fondo de Cultura Económica, México, 1982.
- [10] Thompson, John Eric Sidney, *Grandeza y decadencia de los mayas*, Fondo de Cultura Económica, México, 1994.
- [11] Vaillant, George C., *La civilización azteca*, Fondo de Cultura Económica, México, 1960.
- [12] Willerding, Margaret F., “Los numerales indoarábigos”, en Lara Aparicio, Miguel, *Antología de Matemáticas*, núm. 7, colección “Lecturas Universitarias”, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1971, pp. 53–57.

