Respuesta a los problemas del número anterior

Problema 1. La primera hija recibió una perla y la séptima parte del resto, es decir:

$$p_1 = 1 + \frac{\text{Total} - 1}{7}.$$

La segunda hija recibió dos perlas y la séptima parte del resto, o lo que es los mismo:

$$p_2 = 2 + \frac{\text{Total} - p_1 - 2}{7}.$$

Por inducción, la n-ésima hija recibió n perlas y la séptima parte del total que dejó la $n-1$-ésima hija menos las n inicialmente recibidas, o sea:

$$p_n = n + \frac{\text{Total} - \sum_{i=1}^{n-1} p_i - n}{7}, \qquad n > 1, \quad n = 1, 2, \ldots, k.$$

Además, sabemos que $\sum_{i=1}^{k} p_i = \text{Total}$; en particular, para $n = k$,

$$p_k = k + \frac{\text{Total} - \text{Total} + p_k - k}{7},$$

de donde se sigue que $p_k = k$.

Por otro lado, calculando $p_n - p_{n-1}$, obtenemos que:

$$\begin{aligned} 7(p_n - p_{n-1}) &= 7 - \sum_{i=1}^{n-1} p_i + \sum_{i=1}^{n-2} p_i - 1 \\ &= 6 - p_{n-1}, \end{aligned}$$

es decir,

$$p_n = \frac{6}{7}(1 + p_{n-1}).$$

Tomando en cuenta que el rajá debe ser justo y equitativo con cada una de sus hijas, $p = p_1 = p_2 = \cdots = p_k$; por lo tanto, se obtiene que:

$$p = 6 \qquad \text{y, consecuentemente,} \qquad k = 6.$$

En resumen, el rajá dejó $\sum_{i=1}^{6}(6) = 36$ perlas, las cuales se repartieron equitativamente entre sus 6 hijas.

Problema 2. Supongamos que el rey Arturo es realmente el rey Arturo. Nadie es más veraz que él, ya que ningún caballero miente y no hay más o menos veraces entre ellos. Esto nos lleva a la conclusión de que el supuesto rey Arturo es un truhán de primera, y para que esté mintiendo es preciso que quien se sienta a su izquierda sea otro truhán. Además, puesto que ninguno de los otros comensales diría lo mismo, no puede repetirse el que otros dos truhanes se sienten en lugares contiguos. Por lo tanto, si numeramos los lugares alrededor de la mesa en el sentido de las manecillas del reloj, asignándole el número 1 al falso rey Arturo, en el segundo lugar habrá un truhán y en el tercero un caballero.

Lo que dijo el caballero B implica que a su derecha debe estar un caballero y él serlo también, ya que si fuese un truhán la frase dicha sería cierta contradiciendo la condición del truhán que siempre miente. Además, el hecho de que nadie más pueda decir lo mismo, no se puede repetir que otros dos caballeros se sienten uno junto al otro. Esto nos lleva a dos únicas posibles combinaciones:

Representemos con la letra m (mentiroso) a los truhanes y con la letra v (veraz) a los caballeros. La disposición de la figura 1 no es posible, pues la afirmación del caballero C implica que él está sentado enfrente de un truhán, pues de tener enfrente un caballero diría que era de igual hábito que él: si C fuese caballero, porque sería cierto, si C fuese truhán, porque sería mentira. Con esto queda claro que C habría de ocupar uno de los lugares 2 o 5, y el caballero D que afirma que hay más caballeros que truhanes, el otro, pues miente al decir tal cosa. Entonces, el caballero E quedaría sin un lugar adecuado.

Con la disposición de la figura 2 todo encaja perfectamente. C se sienta ahora en el quinto lugar. E, que dice estar sentado entre dos caballeros, miente y debe sentarse en el segundo lugar. D se sienta en el cuarto lugar y, finalmente, F —que sí es un caballero— ocupa el tercer lugar.

La distribución final es la de la figura 3.

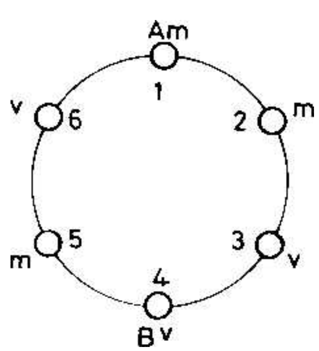

FIGURA 1.

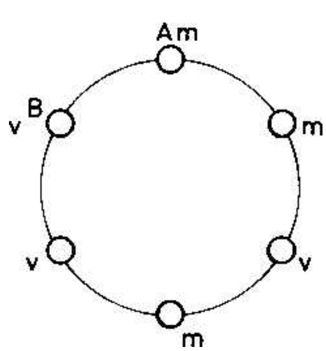

FIGURA 2.

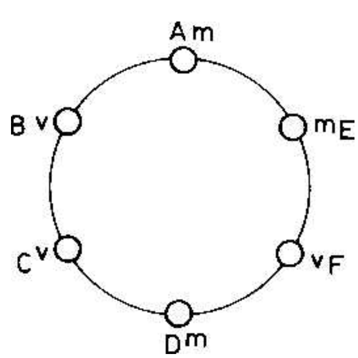

FIGURA 3.

Problema 3. Llamemos g_1 y g_2 a los dos pares de guantes, respectivamente, y c_i y c_e a las caras interiores y exteriores respectivas.

El primer doctor se pone los dos pares de guantes, g_2 sobre g_1. De esta manera c_i de g_1 quedan contaminadas por las manos del doctor y c_e de g_2 las contamina el paciente. Al terminar, este primer doctor se quita ambos pares de guantes.

El segundo doctor utiliza g_2 y contamina c_i. c_e de g_2 ya estaban contaminadas por el paciente, por lo que esta opción es válida.

Por último, el tercer doctor se coloca g_1 al revés, de manera que contamina c_e. Como el primer doctor contaminó c_i de g_1, el tercer doctor se coloca g_2 encima de g_1. Nuevamente c_e de g_2 hacen contacto con el paciente y por ser las únicas caras con las cuales tiene contacto el paciente, la opción es válida.

NOTA. La generalización del problema es tener n doctores que deben intervenir a k pacientes. ¿Cuál sería el mínimo de pares de guantes necesarios para que ni los doctores ni los pacientes se infecten entre ellos?