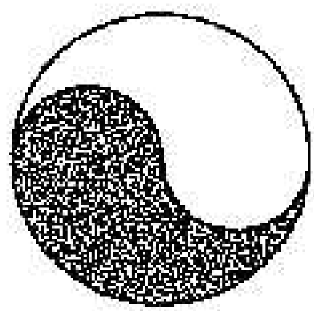
Problemas de este número

Problema 1. Dividir la figura: *a*) en cuatro partes de igual área mediante una línea recta; *b*) en cuatro partes iguales con una línea, no necesariamente recta. (NOTA: Evidentemente la parte oscura y la clara suponen ya dos partes independientes.)



Problema 2. He aquí seis proposiciones, cada una de las cuales es cierta o falsa:

1. Las proposiciones 2 y 3 son ambas ciertas o falsas.
2. Exactamente una de las proposiciones 4 y 5 es cierta.
3. Exactamente una de las proposiciones 4 y 6 es cierta.
4. Exactamente una de las proposiciones 1 y 6 es cierta.
5. Las proposiciones 1 y 3 son ambas ciertas o falsas.
6. Exactamente una de las proposiciones 2 y 5 es cierta.

¿Cuáles de las seis proposiciones son ciertas?

Problema 3. Encuentre 1 000 números consecutivos que no sean primos.

Problema 4. *a*) ¿Existe algún número a tal que a^2 es irracional, pero a^4 racional? *b*) ¿Existen dos números racionales tales que sean racionales tanto su suma como su producto?

Respuesta a los problemas del número anterior

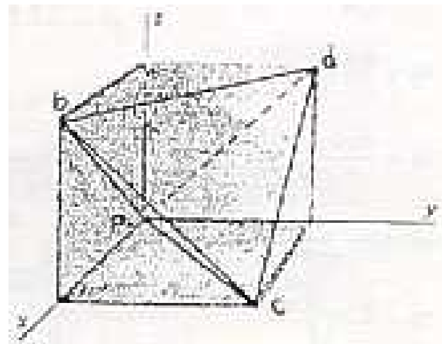
Problema 1. Recordemos que un subconjunto de los números reales es *denso* si cualquier intervalo abierto contiene elementos de tal subconjunto.

El conjunto de todos los números de la forma $2\pi m + n$ con m, n enteros es un conjunto denso en la recta real.

La función coseno es continua y suprayectiva en el intervalo $[-1, 1]$, y toda función continua manda subconjuntos densos en subconjuntos densos en la imagen. Entonces el conjunto de todos los números de la forma $\cos(2\pi m + n)$ con m, n enteros, es denso en el intervalo $[-1, 1]$, pero notemos que:

$$\cos(2\pi m + n) = \cos(n) = \cos(-n).$$

Entonces el conjunto $\{\cos n\}_{n=1}^{\infty}$ es denso en el intervalo $[-1, 1]$.

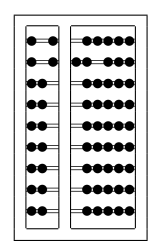


Problema 2. Sea C un cubo cualquiera, y elija un vértice a de C. Hay exactamente tres caras de C que contienen a este vértice a. En cada una de estas caras elija el vértice opuesto y denote estos vértices por b, c y d.

Entonces el tetraedro regular con vértices a, b, c y d resuelve el problema.

Problema 4.

$0 = \frac{4}{4} - \frac{4}{4}$	$1 = \frac{4 \times 4}{4 \times 4}$	$2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$	$3 = 4 - \sqrt{4} + \frac{4}{4}$
$4 = \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}} + \frac{4}{4}$	$5 = \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}} + \frac{4}{\sqrt{4}}$	$6 = \frac{4! \times 4}{4 \times 4}$	$7 = 4 + 4 - \frac{4}{4}$
$8 = 4 + 4 + 4 = 4$	$9 = 4 + 4 + \frac{4}{4}$	$10 = 4 + 4 + \frac{4}{\sqrt{4}}$	$11 = \frac{4!}{\sqrt{4}} - \frac{4}{4}$
$12 = \frac{4! \times 4}{4\sqrt{4}}$	$13 = \frac{4!}{\sqrt{4}} + \frac{4}{4}$	$14 = 4 + 4 + 4 + \sqrt{4}$	$15 = 4 \times 4 - \frac{4}{4}$
$16 = \frac{4 \times 4 \times 4}{4}$	$17 = 4 \times 4 + \frac{4}{4}$	$18 = 4 \times 4 + 4 - \sqrt{4}$	$19 = 4! - 4 - \frac{4}{4}$
$20 = \frac{4! \times 4}{4} - 4$	$21 = 4! - 4 + \frac{4}{4}$	$22 = 4 \times 4 + 4 + \sqrt{4}$	$23 = \frac{4! \times 4 - 4}{4}$
$24 = 4 \times 4 + 4 + 4$	$25 = \frac{4! \times 4 + 4}{4}$	$26 = \frac{4! \times 4}{4} + \sqrt{4}$	$27 = 4! + 4 - \frac{4}{4}$
$28 = \frac{4! \times 3}{4} + 4$	$29 = 4! + 4 + \frac{4}{4}$	$30 = 4 \times 4 \times \sqrt{4} - \sqrt{4}$	$31 = 4! + 4 + \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$
$32 = \frac{4 \times 4 \times 4}{\sqrt{4}}$	$33 = \frac{.\dot{4} \times 4! + 4}{.\dot{4}}$	$34 = \frac{.4 \times 4! + 4}{.4}$	$35 = \frac{4 \times 4 - .\dot{4}}{.\dot{4}}$



RESPUESTA A LOS PROBLEMAS DEL NÚMERO ANTERIOR

$36 = \frac{4! \times \sqrt{4}}{4} + 4!$

$37 = \frac{4 \times 4 + .\dot{4}}{.\dot{4}}$

$38 = \frac{4}{.\dot{4}} \times 4 + \sqrt{4}$

$39 = \frac{4 \times 4 - .4}{.4}$

$40 = \frac{4!}{\sqrt{4}} + 4! + 4$

$41 = \frac{4 \times 4 + .4}{.4}$

$42 = \frac{4 \times 4}{.4} + \sqrt{4}$

$43 = \frac{4! - 4}{.\dot{4}} - \sqrt{4}$

$44 = \frac{4(4! - \sqrt{4})}{\sqrt{4}}$

$45 = 4! \times \sqrt{4} - \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

$46 = 4! \times \sqrt{4} - \frac{4}{\sqrt{4}}$

$47 = \frac{4! - 4}{.\dot{4}} + \sqrt{4}$

$48 = \frac{4! \times 4 \times \sqrt{4}}{4}$

$49 = 4! \times \sqrt{4} + \frac{4}{4}$

$50 = 4! \times \sqrt{4} + \frac{4}{\sqrt{4}}$

$51 = 4! \times \sqrt{4} + \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

$52 = \frac{4(4! + \sqrt{4})}{\sqrt{4}}$

$53 = \frac{4! - \sqrt{4}}{.4} + 4$

$54 = \frac{4! - 4}{.4} + 4$

$55 = \frac{4! - .4}{.4} - 4$

$56 = \frac{4! - .4 \times 4}{.4}$

$57 = \frac{4! + .4}{.4} - 4$

$58 = \frac{4! - .4 \times \sqrt{4}}{.4}$

$59 = \frac{4!}{.4} - \frac{4}{4}$

$60 = \frac{4! \times \sqrt{4}}{.4\sqrt{4}}$

$61 = \frac{4!}{.4} + \frac{4}{4}$

$62 = \frac{4! + .4 \times \sqrt{4}}{.4}$

$63 = \frac{4!}{.4} + \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

$64 = \frac{4! + .4 \times 4}{.4}$

$65 = \frac{4! + .4}{.4} + 4$

$66 = \frac{4!}{.4} + \frac{4}{\sqrt{.\dot{4}}}$

$67 = \frac{4! + 4}{.\dot{4}} + 4$

$68 = \frac{4!}{.4} + 4 \times \sqrt{4}$

$69 = \frac{4! + 4 - .4}{.4}$

$70 = \frac{4!}{.4} + \frac{4}{.4}$

$71 = \frac{4! + 4 + .4}{.4}$

$72 = \frac{4! + 4}{.4} + \sqrt{4}$

$73 = \frac{4! \times \sqrt{4}}{.4} + \sqrt{4}$

$74 = 4 + \frac{4! + 4}{.4}$

$75 = \frac{4! \times \sqrt{4} + \sqrt{4}}{\sqrt{.\dot{4}}}$

$76 = 4 + 4! \times \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

$77 = \left(\frac{4}{.\dot{4}}\right)^{\sqrt{4}} - 4$

$78 = \frac{4! + 4! \times .\dot{4}}{.\dot{4}}$

$79 = \left(\frac{4}{.\dot{4}}\right)^{\sqrt{4}} - \sqrt{4}$

$80 = \frac{4!}{.\dot{4}} + 4! + \sqrt{4}$

$81 = \left(\frac{4}{.\dot{4}}\right)^{\frac{4}{\sqrt{4}}}$

$82 = \frac{4!}{.\dot{4}} + 4! + 4$

$83 = \left(\frac{4}{.\dot{4}}\right)^{\sqrt{4}} + \sqrt{4}$

$84 = \frac{4! + 4! \times .4}{.4}$

$85 = \left(\frac{4}{.4}\right)^{\sqrt{4}} + 4$

$86 = 4! \times 4 - \frac{4}{.4}$

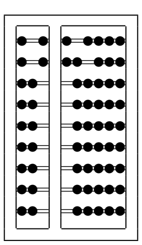
$87 = 4! \times 4 - \frac{4}{.\dot{4}}$

$88 = 4! \times 4 - 4 \times \sqrt{4}$

$89 = \frac{4! + \sqrt{4}}{.4} + 4!$

$90 = \frac{4 \times 4}{.4 \times .\dot{4}}$

$91 = 4! \times 4 - \frac{\sqrt{4}}{.4}$



$92 = \sqrt{4}(4! \times \sqrt{4} - \sqrt{4})$

$93 = 4! \times 4 - \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

$94 = 4! \times 4 - \frac{4}{\sqrt{4}}$

$95 = 4! \times 4 - \frac{4}{4}$

$96 \frac{4! \times 4 \times \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$

$97 = 4! \times 4 + \frac{4}{4}$

$98 = 4! \times 4 + \frac{4}{\sqrt{4}}$

$99 = 4! \times 4 + \sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

$100 = \left(\frac{4}{.4}\right)^{4/\sqrt{4}}$