

El ábaco

Miguel Navarro Saad

RESUMEN

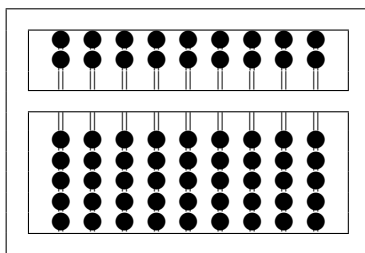
En este artículo se describe en forma muy breve cómo sumar, restar, multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas con el ábaco.

INTRODUCCIÓN

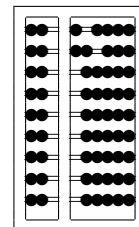
No existe registro sobre quién o cuándo se inventó el ábaco (chino) como lo conocemos hoy día. El término “marco de cuentas móviles” aparece de manera casual en la obra de Dao Nan Tsang *Cease Farming Sketch Book*, escrito durante el reinado de la dinastía Yuan —en el siglo XIV—, y constituye la evidencia de que el ábaco se ha utilizado por más de 600 años. De hecho, éste fue el único medio con que los astrónomos imperiales de la antigua China contaban para establecer las estaciones y aun los días del año; también lo utilizaban los recaudadores del estado para llevar la contabilidad nacional e inclusive el comerciante común para realizar transacciones en su negocio.

Ya en la Edad Media el ábaco se conocía en toda Europa, donde fue utilizado hasta el siglo XVII, y ya entonces era utilizado hábilmente por asiáticos y árabes. Fue durante el siglo XVI cuando este instrumento de cálculo llegó a Japón.

DESCRIPCIÓN



El ábaco consiste de un marco de madera rectangular dividido en dos partes desiguales por medio de una barra horizontal en la dirección del lado mayor. Tiene nueve, once, trece o más columnas de cuentas móviles hechas de



madera, y en cada columna hay siete cuentas: dos en la sección menor y cinco en la mayor; las primeras se llaman “cuentas superiores” y las cinco restantes “hipocuentas”. Hay variantes en el número de cuentas que tienen los ábacos, por ejemplo, existe un tipo de ábaco que solamente contiene una cuenta superior y cinco hipocuentas; se conoce otro tipo con una cuenta superior y cuatro hipocuentas, lo cual limita su capacidad a sólo sumar y restar.

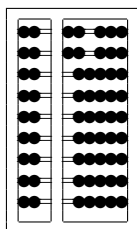
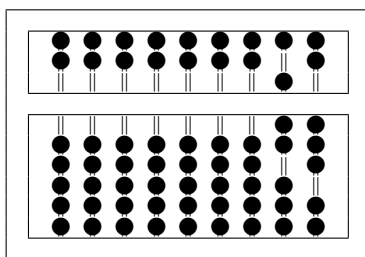
Uso

El ábaco se utiliza para realizar operaciones aritméticas como la suma, resta, multiplicación, división, y aún la extracción de raíces cuadradas y cúbicas. Sin embargo, debe mencionarse que su uso no es muy conveniente cuando las operaciones involucran fracciones complicadas. No hay que olvidar que antes de comenzar una operación las cuentas deben colocarse contra el marco externo. Se acuerda en que la primera columna de derecha a izquierda representa las unidades, la segunda las decenas, la tercera las centenas y así sucesivamente; en general, una unidad en la columna izquierda siempre es diez veces mayor que la correspondiente en la columna derecha adyacente. Asimismo, cada cuenta superior equivale a cinco hipocuentas

Suma. En la suma y en la resta no es necesario mover la cuenta superior más alta pues dos cuentas superiores equivalen a una hipocuenta de la columna inmediata izquierda; igualmente, no es necesario mover la hipocuenta más baja ya que cinco hipocuentas equivalen a una cuenta superior.

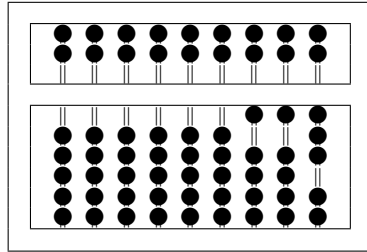
Formalmente existen 17 “reglas” para sumar (que omitimos por falta de espacio). Sin embargo, el siguiente ejemplo pretende esclarecer el procedimiento: sumar las cantidades 73, 49, 21 y 58.

Primero se coloca el número 73 como se muestra a continuación:

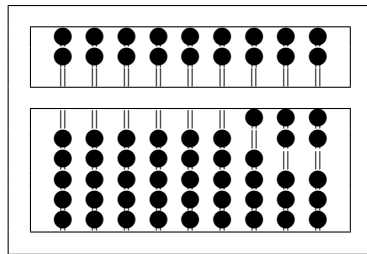


Luego, para sumar el número 49, se comienza añadiendo 4 en la segunda columna; como en esta columna quedan solamente una cuenta superior y tres hipocuentas, se coloca 1 en la columna de las centenas y se restan seis en la columna de las decenas, quedando 1:

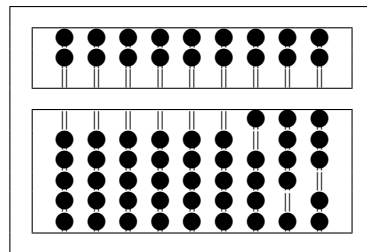
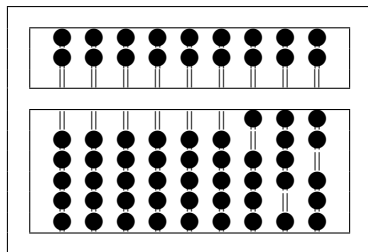
EL ÁBACO



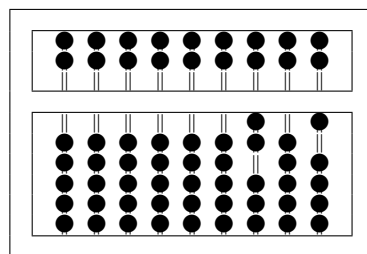
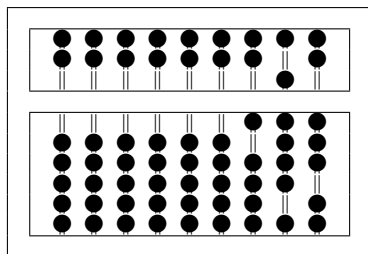
Ahora se añaden 9 a 3 en la columna de las unidades, lo que da:



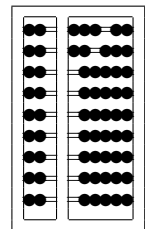
(se añade una hipocuenta en las decenas y se cancela una hipocuenta en las unidades). Añadimos 21:



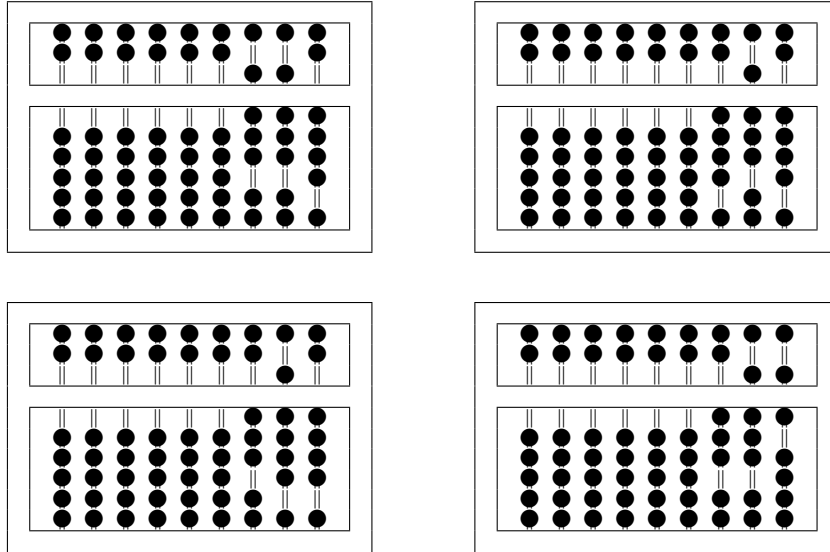
Finalmente añadimos el número 58:



Es decir, 201. (De nuevo, para sumar 8, se añade 1 en las centenas y se cancelan noventa y dos: nueve en las decenas y dos en las unidades.)

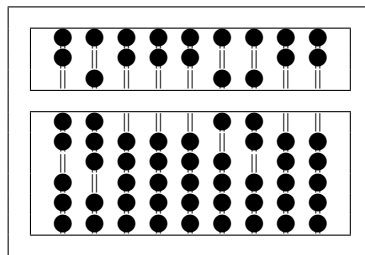
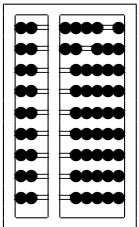


Resta. Mostraremos la secuencia de movimientos utilizada para obtener $884 - 498$:



1) Se coloca el número 884. 2) (Columna de las centenas) $8 - 4 = 4$; quedan cuatro en la columna de las centenas. 3) (Columna de las decenas) $8 - 9$; se cancela una hipocuenta de la columna de las centenas y se añade una hipocuenta en la columna de las decenas. 4) (Columna de las unidades) $4 - 8$; se cancela una hipocuenta de la columna de las decenas y se añaden dos hipocuentas a la columna de las unidades, pero para ello se baja una cuenta superior y se cancelan tres hipocuentas (o sea, cinco menos tres).

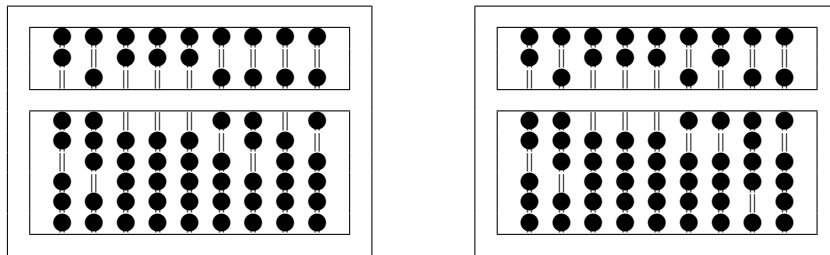
Multiplicación. Cuando se multiplica con el ábaco, se coloca el multiplicador en la parte izquierda del ábaco con la única finalidad de no olvidarlo. El multiplicando se coloca en la parte derecha del ábaco, dejando tantas columnas a la derecha como dígitos tenga el multiplicador. Para entender cómo se multiplica resolvamos 28×67 .



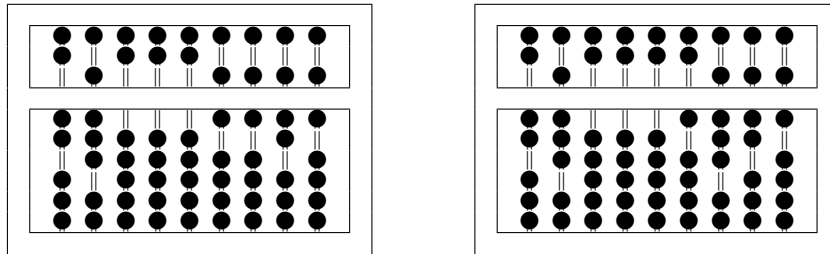
EL ÁBACO

Primero escogemos el 67 como multiplicando y el 28 como multiplicador. Por lo tanto, ponemos el número 67 a la derecha, dejando dos columnas libres —por ser el multiplicador de dos dígitos—, y en el extremo izquierdo ponemos el número 28 para no olvidarlo:

Comenzamos multiplicando 8×7 y colocamos el producto, 56, en las dos columnas más a la derecha. Luego multiplicamos $2 \times 7 = 14$; añadimos 4 en la segunda columna desde la derecha: $5 + 4 = 9$, y en seguida cancelamos el 7 de la tercera columna y colocamos 1, según la siguiente secuencia gráfica:



A continuación, multiplicamos 8×6 . El producto, 48, lo añadimos en las segunda y tercera columnas a partir de la derecha. Para añadir 8, sumamos 1 en la tercera columna de derecha a izquierda y cancelamos dos en la segunda columna. Añadimos 4 (del producto 48) en la tercera columna, añadiendo una cuenta superior y restando una hipocuenta. Finalmente $2 \times 6 = 12$; el 2 se añade en la tercera columna, se cancela el 6 de la columna cuatro y se coloca 1.

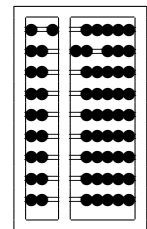


que da el resultado del producto $28 \times 67 = 1876$.

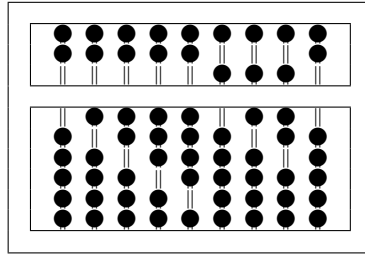
División. Existen la división corta —cuando el divisor es menor que 10— y la división larga, que no describiremos por falta de espacio.

En el caso de la división corta es indispensable memorizar las siguientes reglas:

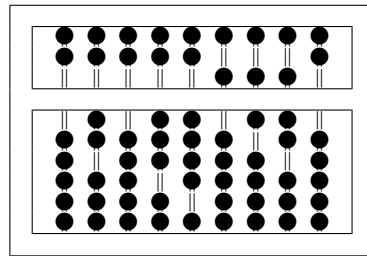
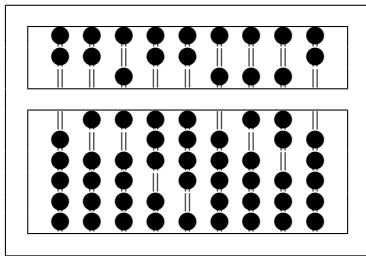
1) Para dividir cualquier dígito entre 1 se añade el dígito en la columna a la izquierda de éste y se cancela dicho dígito.



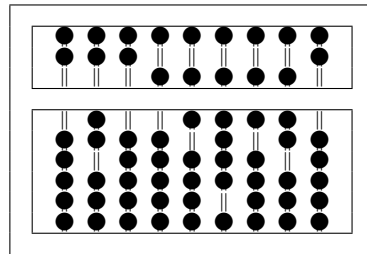
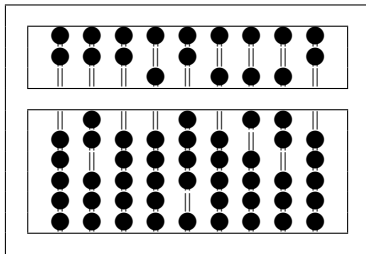
EL ÁBACO



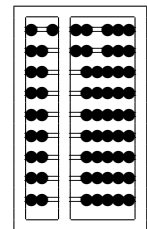
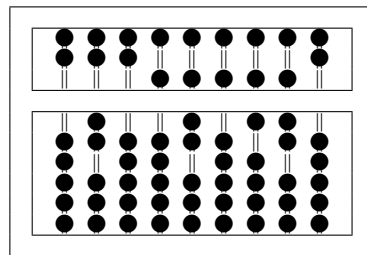
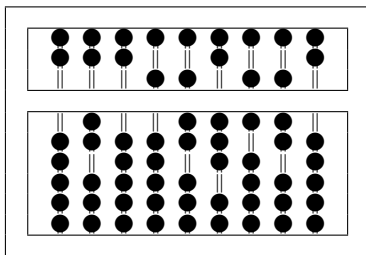
A continuación damos la secuencia de pasos a seguir:



(1 entre 6 da 1 y se añaden 4 a la derecha; 6/6 significa añadir 1 a la izquierda y cancelar el 6).

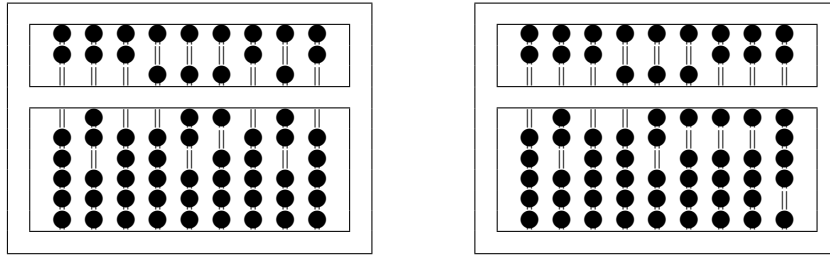


(3/6 da 5; 4/6 da 6 y se añaden 4 a la derecha). En seguida se muestra la división de 9 entre 6 en dos pasos:



(Primero $6/6$ significa añadir 1 a la izquierda y cancelar 6, quedando 3, que entre 6 da 5).

Finalmente,

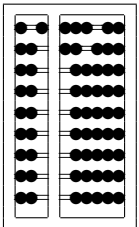


($6/6$ equivale a sumar 1 a la izquierda y cancelar el 6; $7/6$ es $6/6$ que significa añadir 1 a la izquierda y cancelar 6, y $1/6$ que da 1 y 4 a la derecha).

Así, obtenemos el resultado de 205 761.1. El 4 en la última columna es el “residuo” de la división de 7 entre 6. Si quisiéramos aproximar a centésimas dividiríamos $4/6$.

Raíz cuadrada. Aunque la extracción de raíces con el ábaco consiste en efectuar restas repetidamente, el proceso resulta cansado, inmanejable. El método para extraer raíces cuadradas es el siguiente:

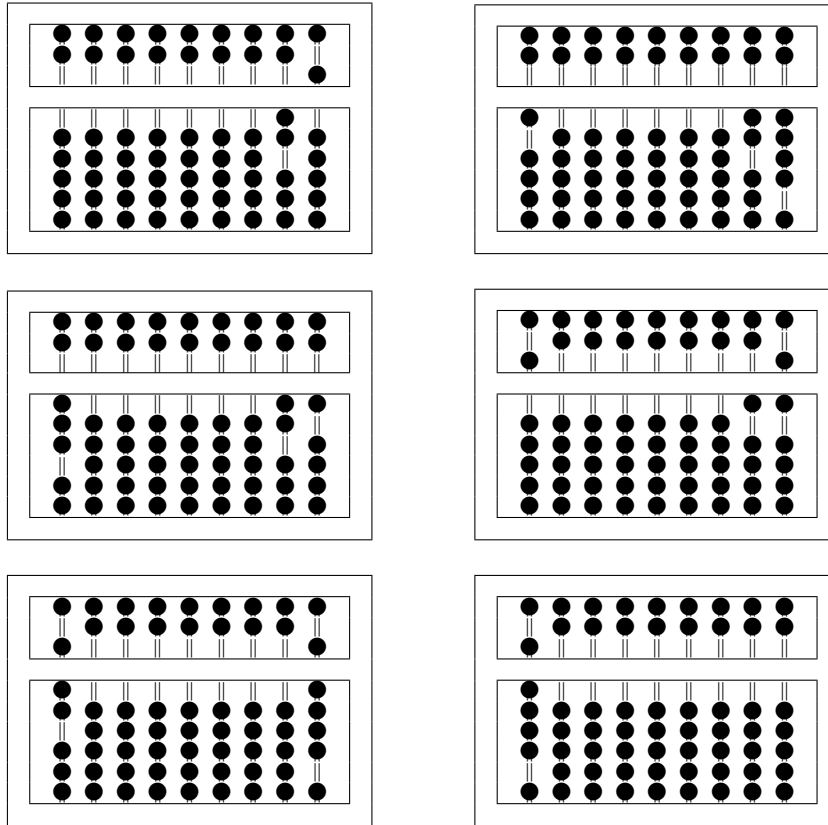
- 1) Colocar el número (que llamaremos “cuadrado”) en el lado derecho del ábaco y separarlo en grupos de dos como se hace con lápiz y papel.
- 2) Marcar 1 (que llamaremos “raíz”) en el lado izquierdo y restárselo al grupo de la izquierda del número al que se le extrae la raíz.
- 3) Añadirle 2 a la raíz y restárselo nuevamente al grupo del lado izquierdo del cuadrado. Añadir sucesivamente 2 a la raíz y restarlo del grupo correspondiente del cuadrado hasta que el valor de la raíz supere al valor del grupo correspondiente del cuadrado.
- 4) Multiplicar por 10 la raíz, sumarle 11 y restársela al siguiente grupo de dos dígitos del cuadrado.
- 5) Repetir los pasos (3) y (4) hasta agotar el cuadrado, observando que si la raíz es muy grande para ser restada, en lugar de multiplicar por 10 y sumarle 11, se multiplicará por 100 y se le sumarán 101.
- 6) Terminado el proceso anterior, sumarle 1 a la raíz y dividirla entre 2, obteniéndose así el resultado final.



Por ejemplo, para extraer la raíz de 25: 1) se le resta 1 a 25, dando 24; 2) se le añaden 2 a la raíz para dar 3, que se le restan a 24, dando 21; 3) se le suman 2 a la raíz: $3 + 2 = 5$ y éstos se le restan a 21 para dar 16; 4) A la raíz, 5, se le añaden 2 para dar 7, y éstos se le restan a 16 resultando 9; 5) se le suman 2 a la raíz para dar 9 y éstos se le restan a 9, quedando

EL ÁBACO

0. La configuración inicial y las correspondientes a 1)–5) se muestran a continuación:



Entonces, terminados los pasos (1) a (3) —los pasos (4) y (5) no proceden en nuestro ejemplo—, se ejecuta el paso (6) para obtener el resultado; es decir, se le suma 1 a la raíz: $9 + 1 = 10$, y se divide entre 2: $10/2 = 5$, que es la raíz cuadrada de 25.

