# Respuesta a los problemas del número anterior

**Problema 1.** ¿Cuánto suman las fracciones $a/b$ tales que $a$ y $b$ son enteros positivos menores o iguales que 1997 y $a < b$?

Sumemos primero las fracciones con el mismo denominador:
Sólo hay una con denominador 1 y es el 1.
Con denominador 2:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{(1+2)}{2} = \frac{3}{2}\,.$$

Con denominador 3:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{(1+2+3)}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 4}{3} = \frac{4}{2}\,.$$

Con denominador 4:

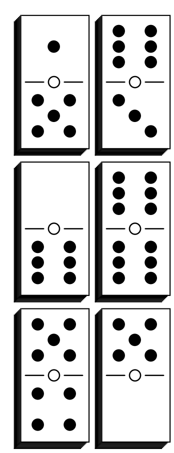
$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{(1+2+3+4)}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot 5}{4} = \frac{4}{2} = \frac{5}{2} \cdots$$

Con denominador 1997:

$$\frac{1}{1997} + \frac{2}{1997} + \cdots + \frac{1997}{1997} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1997 \cdot 1998}{1997} = \frac{1998}{2}\,.$$

Ahora sumemos los resultados parciales obtenidos:

$$\begin{aligned} \frac{2+3+4+5+\cdots+1998}{2} &= \frac{1}{2}(1+2+3+\cdots+1998-1) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1998 \cdot 1999}{2} - 1\right) = 250\,750. \end{aligned}$$



**Problema 2.** ¿Cuántos ceros hay al final de

$$(10^2 + 10^3 + \cdots + 10^{10})^{1997}?$$

En virtud de que

$$\begin{aligned}(10^2+10^3+\cdots+10^{10})^{1997} &= [10^2(1+10+10^2+\cdots+10^8)]^{1997}\\ &= 10^{3994}(1+10+10^2+\cdots+10^8)^{1997},\end{aligned}$$

se tiene que son $10^{3994}$ ceros.

**Problema 3.** A una cantidad le sumo su 10%, y a la cantidad así obtenida le resto su 10%. ¿Qué porcentaje de la cantidad original me queda?

En el primer paso, por cada 100 tendremos 110. Luego, puesto que el 10% de 110 es 11, al final nos queda $110-11=99$ por cada 100. Por ende, la respuesta es 99%.