



**Centro Nacional de Metrología**  
Dirección de Vibraciones y Acústica

## **Dynamic Analysis and Measurement of Dynamic Mechanical Magnitudes of Power Transmission Subsystems**

Final Document

### **Presents**

- Alvarado Roa Mauricio (Instituto Tecnológico de Querétaro)
- González García Ángel Iván (Universidad Autónoma de Querétaro)
- Hernández León Lisbeth (Universidad Tecnológica de Querétaro)
- Loquercio Antonio (Università di Roma Tor Vergata)
- Pacheco Ugalde Roberto Aarón (Universidad Tecnológica de San Juan del Río)

Queretaro, México, July, 2014

## INDEX

<b>1. INTRODUCCION .....</b>	<b>2</b>
1.1 Background .....	3
1.2 Justification .....	4
<b>2. METHOLOGICAL ASPECTS .....</b>	<b>5</b>
2.1 Delimitation of the study object .....	5
2.2 Objective .....	5
2.3 Research Hypothesis .....	6
2.4 Investigation porpoise .....	6
2.5 Method .....	6
<b>3. THEORETICAL FRAMEWORK .....</b>	<b>8</b>
3.1. Vibrations Theory .....	8
3.1.1 How do we perceive vibration? .....	8
3.1.2 Representation of the Harmonic Motion .....	9
3.1.3 Resonance .....	11
3.1.4 Natural Frequency .....	11
3.1.5 One Degree of Freedom Mechanical System .....	13
3.1.6 Types of Vibration .....	14
3.1.7 Fast Fourier Transform .....	15
3.2. Vibration Transducers .....	17
3.2.1 Transducers Classification .....	17
3.2.2 Displacement, velocity and position .....	17
3.3. Modal Analysis .....	19
3.3.1. Introduction to Modal Analysis .....	19
3.3.2. Modal Testing .....	21
3.3.3. Representation of the Frequency Response Function .....	23
3.3.4. Modal Parameters Identification .....	25
3.3.4. Mode Coupling .....	29
<b>4. RESULTS .....</b>	<b>31</b>
4.1. Modal Analysis obtained from Impact Hammer Testing .....	31
4.2. Modal Analysis from ANSYS .....	39
4.3. Modal Analysis obtained from Laser Vibrometer .....	40
4.4. Possible brake noise categories .....	41

4.5. Mechanisms that generate vibration .....	42
4.6. Density differences and noise generation .....	43
4.7. Effect on temperature on the disc .....	44
4.8. Squeal Generation by mode coupling .....	44
4.9. Simulation of Mode Coupling .....	45
<b>5. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK .....</b>	<b>46</b>
5.1. Conclusions .....	46
5.2. Future Work .....	47
<b>REFERENCES .....</b>	<b>48</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>50</b>

## **ABSTRACT**

As many mechanical systems, a car brake disc undergoes to vibrations due to frictional excitation from the brake pads. A dynamic analysis of this complex system will give us some insights on the phenomenon of noise generation; this is a modal analysis that will help us to identify the torsional and transverse modes that characterize this system and then understand how these modes interact to each other due to the friction and pressure on the pads.

This study will be performed through experimental analysis and Finite Element Method (FEM) simulations to confirm the results achieved.

## **RESUMEN**

Al igual que muchos sistemas mecánicos, un disco de freno de auto se somete a vibraciones debido a la excitación friccional de las pastillas de frenado. Un análisis dinámico de este sistema complejo nos dará algunas ideas sobre el fenómeno de la generación de ruido; esto es un análisis modal que nos ayudara a identificar los modos torsional y transversal que caracterizan a este sistema y después entender cómo estos modos interactúan entre sí debido a la fricción y presión en las pastillas.

Este estudio se hará a través de análisis experimentales y simulaciones de Método de Elemento Finito para confirmar los resultados obtenidos.



## 1. INTRODUCTION

From the earliest times when the automotive industry was starting to introduce commercially the brake disc system (about 65 years ago) it always has been a key issue to solve problems related to this system, like the wear of the materials due to the poor state of some roads or even corrosion because of the presence of salt in snow roads affecting the metal pads in the caliper. Although new much more efficient materials have been developed, there's still an issue that has not been solved due to how the braking occurs; it is the noise when the car reduces its velocity and more specifically it's the squeal.

Most of us have presence this phenomenon when we are driving or in the street and hear this noise particularly when a car stops abruptly or in large trailers or buses, although it can happen in every vehicle, even in bicycles.

Nowadays noise, vibration and harshness are among the most important priorities for today's vehicle manufacturers, and over all noises, brake squeal noise can be the most annoying to the vehicle's passengers, and although there are a lot of sources that generate the squeal like the presence of cold water combined with dew or dust in the brakes, the main responsible source is the vibration of the brake components, especially the pads and discs, however there are other phenomena that may cause distinct and not so annoying noises in the brake system.

The range of commercial cars is big and each of them has its own brake system, having several brake disc designs that entail different results in noise generation and therefore they need vibration analysis in order to find when the noise generation occurs and reduce it as much as possible with the minor modifications in the design,

The study of sound and vibration are closely related. Sound, or "pressure values", are generated by vibrating structures (disc brake); these pressure waves can also induce vibration (like the vibration generated at the windows with loud music). Hence, when trying to reduce noise it is often a problem in trying to reduce vibration.

## 1.1. Background

The torsional vibration is an important issue for the metrology laboratories y diverse industries, especially automotive and aeronautic ones, whereby the CENAM (National Metrology Center for its acronym in Spanish) is integrating a project for the establishing of a “Primary Reference System for Dynamic Magnitudes”, having as introduction for this project the establishing of a “Dynamometer for the generation of torsional vibration in power transmission elements”.

The tests for this dynamometer will be done with a brake disc, which previously requires a dynamic analysis, whereby this project will include impact tests to make a modal analysis and obtain the dynamic parameters necessary to perform torsional vibration simulations.

The CENAM is the laboratory in charge for all matter of measurements nationwide being the reference of all the measurement standard, since its work is establish and maintain the national standards, plus offering calibration services and certification of instruments and standards and references of materials, maintaining a close contact with other laboratories and industries.

Inside CENAM there are several areas; electric metrology, physic metrology, materials metrology and mechanical metrology, and within the physic metrology area there is the Vibrations and Acoustic Direction, which has the national standard of vibration which is divided two systems; one for high frequencies y other for low frequencies. The standard for high frequencies it is based in a Michelson interferometer and a exciter, such that its measurement can be compared with the measurement of a vibration sensor, like an accelerometer, with the displacement detected by the phase difference in the waveform produced by the light spectrum generated by the laser which is in the order of 600 nanometers, being too precise for the displacement at high frequency produced by the exciter. The low frequency system counts with a suspended mass which is hit with an impact hammer which records the force exerted on the mass, calculating the acceleration obtained with a standard accelerometer.

## 1.2. Justification

The projects that require a torsional vibration analysis are each time more demanding by the aeronautical and automotive industry, and either because of lack of money or time these industries can't establish laboratories dedicated to this topic, whereby they recur to institutions like the CENAM to solve their investigation needs and at the same time for the reliability that CENAM has for being the standard institution in metrology at national level. Our specific case are the brake discs, since these always have had a problem in what concerns the noise or squeals that the disc brake generates when pressure is applied to the brake pads of the caliper in the rotor of the car, which is an inconvenient for the car user and for the manufacturer en guaranty terms of its product, whereby it have been developed several studies about the squeal analysis generated for the braking in cars.

The CENAM requires the disc brake analysis to find its modal parameters and find the possible frequencies that may generate resonance and instability in the systems, culpable of the production of noise through several experimental tests with equipment calibrated by the CENAM, plus the creation of models for the simulation of modal tests and modal coupling, being a process demanded for the companies that are dedicated to the manufacturing of brake discs and their distribution for several car assemblers.

Another important issue is find the factors that cause the brake squeal induced for resonance phenomena, since the automotive industry requires characterize the dynamic behavior in an experimental way of the brake system. Besides this project seeks improve the research capabilities and work of university students that are part of the Industrial Outreach Bicultural Program which is part of the CONCYTEQ (Council of Science and Technology of Queretaro for its acronym in Spanish.) in the face of an actual problematic in the industry.

## 2. METHODOLOGICAL ASPECTS

### 2.1. Delimitation of the study object

Table2.1

*Topic Delimiters*

<b>Delimiter</b>	<b>Topic Redaction</b>
Time Delimiter:	June 2, 2014 – July 25, 2014
Space Delimiter:	National Metrology Center (CENAM), Queretaro, Mexico.
Demographic Delimiter:	Industrial Outreach Bicultural Program Students and personnel of the Direction of Vibrations and Acoustics in the CENAM.
Analytical Delimiter:	Characterize the dynamic behavior of a brake disc through the use of modal analysis, and obtain the frequencies that produce the mode coupling and noise at braking through simulation models.
Theory Delimiter:	Vibration Theory, Modal Analysis, Dynamic Systems

### 2.2. Objective

*General Objective:*

Obtain the dynamic behavior of a brake disc through modal tests, and obtain the causing frequencies of mode coupling to find the causes of noise and squeal produced at low and high frequencies.

*Specific Objective:*

- Correlate the vibration theory with the modal analysis theory to understand and develop a modal analysis in the brake disc.

- Fundament the analytical part of modal testing basedon the exposed theory and investigation of different authors.
- Work on an acquisition system for the impact tests, as well as in software for the data processing.
- Contrast the use of computational models against the data obtained experimentally on modal testing.
- Familiarize with the operation and characteristics of a laser vibrometer for vibration testing.
- Make the correspondent analysis to detect the source that produces the squeal in the disc.

### **2.3. Research Hypothesis**

The noises that are produced in the brake disc can be separated in three categories; low frequency noise (less than 1kHz), low frequency squeal (between 1kHz and 5 kHz), and high frequency squeal (bigger than 5 kHz), and its causes can be the excitation of material due to friction in the rotor and the materials that cover the disc.

### **2.4. Investigation porpoise**

The porpoise of the work done in this Project is obtain the behavior of abrake disc to vibration, and look for frequencies that may generate mode coupling and noise, doing modal tests with the disc under different mounting structures for the analysis in the contact faces of the brake disc, both with impact hammer as with a Polytec laser vibrometer, of the car brake disc. It is important to mention that the experimental tests were done only with excitation of the impact hammer or a shaker, since the disc isn't in movement for any other excitation source.

### **2.5. Method**

The investigation method that is proposed is based in theory investigation, and through the repetition of experiments obtain results that match with what is already know from

the problem. At the beginning of the project the theoretical background must be clear by the students with topics such as vibration and modal analysis, and then by proving to know important background in modal analysis, data acquisition systems and computer modeling, begin to mount an acquisition system to make impact tests and obtain a modal analysis from the brake disc, using computational methods to get the dynamic parameters in a methodic form, which if not may be the most practical method, it helps as practice for the introduction to modal analysis.

Then proceed to develop computational models in CAD software such as Solidworks or Inventor and analyze those models in ANSYS in modal simulations and then compare the results with the ones obtained in the experiments.

Later the vibration measurement in the brake disc will be done through a more sophisticated and practical technic with the use of a laser vibrometer, since the students will have a better knowledge of modal analysis, and finally make a description of the behavior of automotive brake systems to determine the causes for noise and squeal at braking.

### 3. THEORETICAL FRAMEWORK

#### 3.1. Vibrations Theory

##### 3.1.1 ¿How do we perceive vibration?

According to French (1971) oscillations or vibrations in mechanical systems constitute one of the most important fields of study in physics. Many systems count with a capability to vibrate, being able many of them to vibrate freely in a lot of ways, and speaking in a very general way and with some logic sense we can say that small bodies vibrate naturally in a fast way, while big bodies do it in a slow way. The string of a guitar when it's tensed for example vibrates many times per second, producing an audible that can last seconds, while the earth when is affected by an earthquake can continue vibrating in an oscillation rate per hour.

What encompasses all these cases is the periodicity of the vibration, since there's a pattern of motion that repeats once and once again while the vibration of body happens, and this can be simple or complicated.

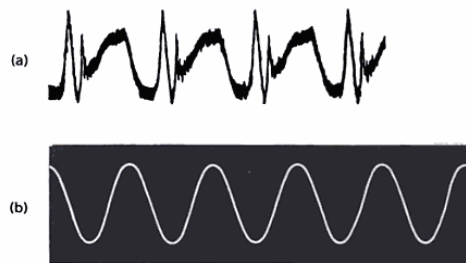


Figure 3.1. (a) Heartbeat of a cat. (b) Oscillations produced by a tuning fork..Source:French (1971, pg. 4).

The vibration motion of a rigid body in space can be described through the combination of six different motions; three in translation in directions mutually orthogonal and three in rotation around the three axis of translation.

Vibration can be a wished factor and some other times not, as the noise produced by a violin and the noise produced by an air conditioning generator, however it exist inherently in all the machines and their transmission components of motion, indicating most of the time problems in the machine due to the motion of the individual parts that rotate, oscillate, or have reciprocante motion.

According with Ambekar (2006) the occurrence of vibration in a machine is usually due to minor faults result of manufacturing and material limitations. Some common causes of vibration are:

1. Unbalance: Uneven distribution of mass in a rotational member is the cause of unbalance; centrifugal forces in radial directions.
2. Misalignment: In some industries, the misalignment of rotational members is a common cause of vibration. The misalignment exists in a shaft due to its bearings or other way, it can be a misalignment between two shafts connected. In any case the misalignment of a shaft causes an unidirectional preload in the rotor.
3. Looseness: In a rotational machine, loose foundations, loose constraints of bearings and excessive clearance of bearings constitute some cases of severe problems of vibration.
4. Dry friction between two rubbing surfaces: this friction is responsible for a kind of self-excited vibration.

Vibration analysis generally recur to the Fourier transform, which decomposes the content of a signal however complex it is to sinusoidal signals in all the frequency spectrum, where the amplitude of these is the indicator of the most important components in frequency for the signal, showing the amplitude of the vibration as a function of frequency (vibration spectrum). The analysis of complex vibration makes possible to identify the individual sources of vibration.

### ***3.1.2 Representation of Harmonic Motion***

A body presents *simple harmonic motion* when it oscillates close to the medium equilibrium position (MEP) with its acceleration always directed to and proportional to the displacement from the MEP. Let be a point  $P$  moving around a circle with uniform angular speed  $\omega$  and  $M$  the foot of the perpendicular line  $PM$  that goes down from  $P$  over an horizontal diameter. As you can see in the figure 3.2, when a point  $P$  moves around the arc of a circle, the motion of the line's foot perpendicular to the diameter that matches with the  $x$  axis is a simple harmonic.



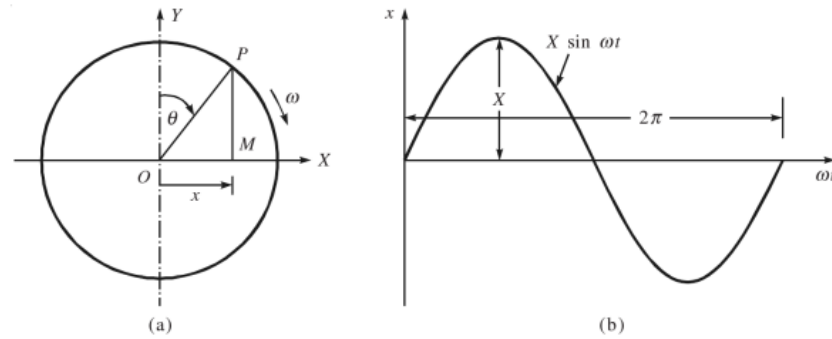


Figure 3.2. *Harmonic Motion as projection of a point moving around a circle.* Source: Ambekar (2006, pg. 5).

Let us represent the harmonic motion in terms of the vector  $OP$ , having an uniform magnitude  $X$  y rotating to uniform angular speed  $\omega$  clockwise. Using an positive axis as reference axis, the angular location in time  $t$  of the rotation vector being measured by  $\theta$  ( $= \omega t$ ), then the  $OM$  projection of the rotational vector over the  $x$  positive axis is given by

$$x(t) = X \sin(\omega t)$$

The value  $\omega$  is called the angular frequency and is expressed in radians by second. To make an example of the simple harmonic motion and appreciate the vibrations, let's imagine the motion of a suspended weight in a spring in a direction. If it didn't exist friction in the system, the oscillation will remain to the same frequency and amplitude forever.

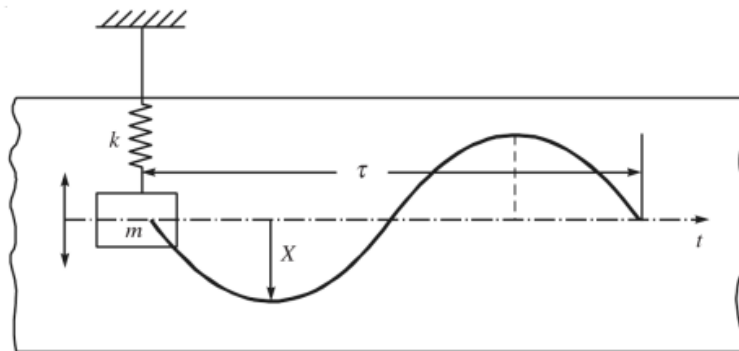


Figure 3.3. *Experimental Demonstration of the simple harmonic movement.* Source: Ambekar (2006, pg. 8).

### 3.1.3 Resonance

It's an important phenomenon for the physics, that happens when a system –a physic oscillator- is subjected to a periodic force by an extern agent, being the key word “resonance”. Let’s consider that the extern agent produces a periodic force of constant amplitude but with variable frequency, this produces diverse results in the physic oscillator depending of the frequency. In particular, if the external frequency gets closer to the natural frequency of the physic oscillator, then the amplitude in the physic oscillator can be enlarged notoriously when applying a repeatedly a force very small from the extern agent. This is what we call “resonance”. A force of the same size with frequencies a little bit above or below the resonance would produce an amplitude that would remain a little smaller than the produced by the resonance frequency.

### 3.1.4 Natural Frequency

The elemental parts of a vibratory system are strings, masses and dampers; and in turn the mechanical systems can be classified as damped systems or not damped systems, having another classification as viscose or structural.

In order to explain the presence of a natural frequency in the vibratory systems, let’s analyze a “mass-string-damper” mechanical system with just one degree of freedom and viscous damping in forced vibration as in figure 3.4.

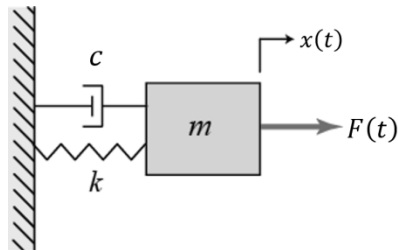


Figure 3.4. One degree of freedom dynamic system.

If we propose the movement equation of this system we will obtain

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

Where  $m$  is referring to the mass,  $c$  is the damping constant of the damper,  $k$  the elastic constant of the string,  $x(t)$  the position of the mass through time and  $F(t)$  the applied

force to the system through time. In order to simplify the analysis we will apply the Laplace transform.

$$ms^2X(s) + csX(s) + kX(s) = F(s) \rightarrow [ms^2 + cs + k]X(s) = F(s)$$

When doing the crossed division, we obtain the transfer function of the system (output divided by the input).

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Now we need to obtain the frequency response of this system, we mean its response at a periodic signal just as a sinusoidal signal; therefore, we substitute  $s$  (complex angular frequency) for the angular frequency.

$$s \rightarrow j\omega$$

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{m(j\omega)^2 + jc\omega + k} = \frac{k - m\omega^2 - jc\omega}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}$$

By being the frequency response a complex number, we can represent it with its magnitude and phase.

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \left| \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right| \angle \varphi$$

$$\left| \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = \sqrt{\operatorname{Re} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}^2 + \operatorname{Im} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}^2} = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\operatorname{Im} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}} = \tan^{-1} \frac{-c\omega}{k - m\omega^2}$$

If we plot the magnitude and phase of the system vs. the frequency in a semi-logarithmic scale we obtain Bode plots. For the moment we will just focus in the magnitude of the system as showed in figure 3.5

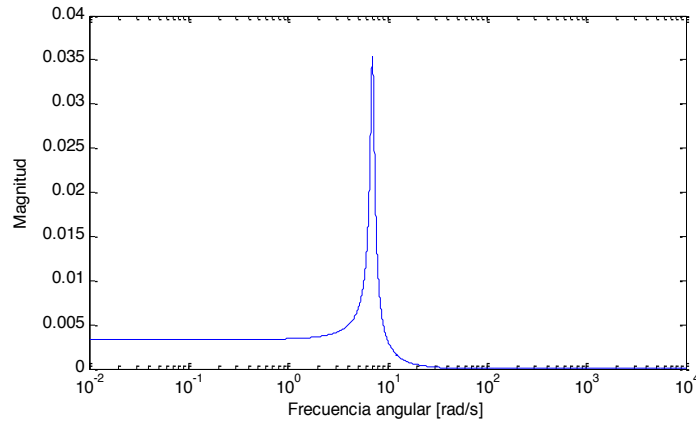


Figure 3.5. *Frequency Response Magnitude of a one degree of freedom dynamic system.*

As we may observe through the frequency spectrum shown; there is a specific peak which we can identify as the one that represents the maximum movement of the system when excited with an external oscillating signal at certain frequency, producing the “resonance phenomenon” that we had commented previously. That is the natural frequency of the system and we can find it in any structure of a physical system that we handle every day, but these systems not only use one degree of freedom, but many, this is why they present several natural frequencies; and why machines are way much complex than the system we have just analyzed. This is due to the fact that if you apply certain force they don’t move as a whole.

Having this in mind we know there are different techniques to predict how a structure will respond to a certain force, and by knowing the response of this structure we may propose changes in its design to improve its performance.

### ***3.1.5 One Degree Of Freedom Mechanical System***

The effects of mass, dampers and springs in the mechanical system are influenced by the frequency used to excite such system; therefore it is important to also analyze how the behavior of these elements evolves. In figure 3.6 we can see the sketch of the same system we analyzed in the previous section, but now with the presence of a sinusoidal signal of position as an input, and when derivated, we obtain both velocity and acceleration. The signal has a gap of  $-\frac{\pi}{2}$  rad. in the position signal and the acceleration

signal presents a gap of  $-\pi$ rad. respectively. If we multiply this times the mass, stiffness and damping coefficients we can obtain the corresponding forces which we can see in a free body diagram; where, in order to keep the system in balance a force of the same magnitude but with the opposite direction to the sum of the three generated movement forces must be applied.

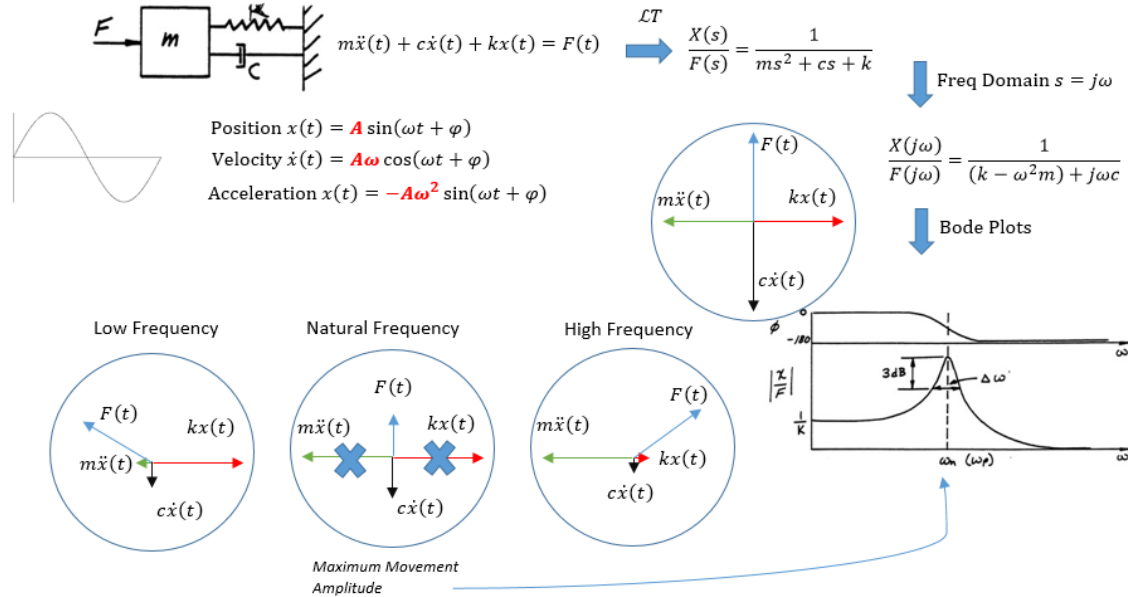


Figure 3.6. Phase behavior in a mechanical system.

At low frequencies both velocity and acceleration have a really negligible magnitude because the dominant force is generated by the spring, while in the natural frequency, the magnitude of the inertia and elastic forces are equal but of opposite sign canceling each other leaving only the damping force and allowing the system more freedom to move as it was explained in the natural frequency section. The opposite situation occurs at high frequencies when the inertial force is dominant and even though the applied force is big, the movement vanishes until being almost completely null (Bode magnitude graph); therefore large objects discern vibrations at low frequencies since at high frequencies they almost don't discern movement.

### 3.1.6 Types of Vibrations

According to Crocker (2007), vibrations can be classified in two types; lineal and not lineal vibrations. In a lineal vibration there is a lineal relation between, for example, and

applied force and the resultant vibratory response. If the force doubles, the response will double too. Furthermore, if the force is harmonic of a simple force, the answer will be harmonic to the same frequency. This means that the principle of superposition is generally applicable to linear vibrations. Such conditions can't be obtained for not lineal vibrations, still their study is really important because all systems tend to become not lineal when the amplitude of oscillation grows.

### ***3.1.7Fast Fourier Transform - FFT***

Vibration in a machine is a physical movement. According to Sceffer (2005), sensitive elements to vibration turn this movement into an electric signal that then passes to data bases or analyzers, which process the signal to obtain the FFT and other parameters. The signal processing provides us the necessary information to condition the monitoring of the information and to obtain the final relevant output and it generally involves the following steps:

- Entrance of the analogical signal
- Anti aliasing filter: It is a low filter which cut frequency is the half of the sampling velocity, as it is dictated by the Nyquist Theorem for the sampling; which dictates: "If we don't want to lose information contained in a sampled signal, we must sample frequency of at least to times the component of highest frequency of interest". Not doing this generates Aliasing, a phenomenon the produces low frequency waves in the sampled data, which modifies undesirably the original signal.
- Analogical-digital converter: due to the fact that the electrical signal obtained from the vibration transducer is completely analogical and that most of the processing is digital (information in bits), an analogical- digital converter is needed, from which depends the resolution of the digital signal and the sample velocity.
- Windows: This may be interpreted as a way to fill the discontinuities of the data by forcing the sampled data to be zero at the beginning and the end of the sampling period (or time window, and in such way make look that the sampled

period is continuous. When a window is not applied to a single and it is discontinuous, a leak error occurs when the FFT algorithm is applied.

- FFT
- Average: The purpose is to stop obtain more repetitive results and to do the interpretation of complex and noisy signals easily.
- Storage and presentation of information

A vibration or response of the system can be represented by the amplitude of the displacement, velocity or acceleration in both domains of time and frequency. The time domain is based in the signal's amplitude that changes through time, while the frequency domain shows the amplitudes as series of sins and cozens; those which have a magnitude and a phase, changing their values with frequency.

Vibration measurements are always made in an analogical way (time domain) and they need to be transformed to the domain of frequency to obtain relevant information; being this the purpose of the Fast Fourier Transform. (FFT)

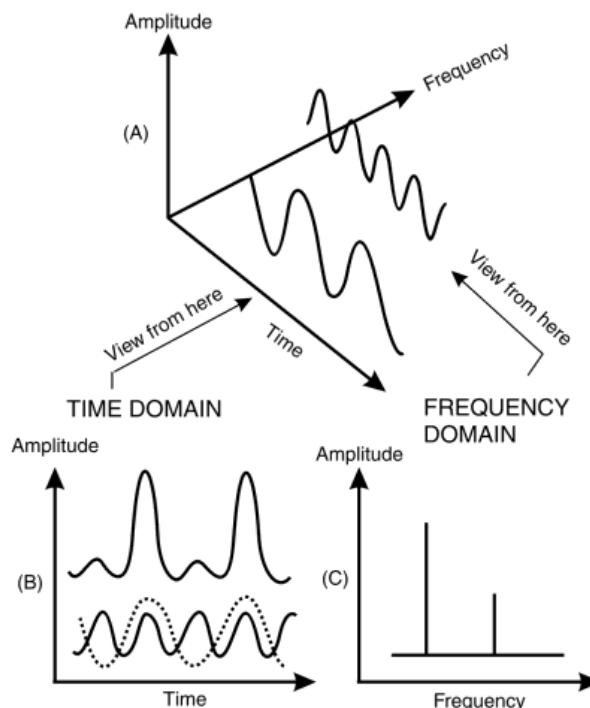


Figure 3.7. Fourier Transform. Source: Scheffer (2004, pg. 56) .

As we can see in the figure 3.7, a signal in time can be represented by the sum of sinusoidal signals of different amplitude, phase and frequency. The FFT is in charge of

obtaining this parameters, to later on obtain graphs of amplitude and phase vs. frequency which are really helpful for the analysis that is being done.

## **3.2. Vibration Transducers**

### ***3.2.1. Transducers Classification***

The transducers are used in vibration analysis to convert mechanical energy into electrical energy, in other words, they produce an electrical signal which is a function of mechanical vibration. The sensor element provides a proportional output to the level of the vibration under observation. The output will depend of the type of sensor in use.

The vibration transducers can be classified in the following categories based in the following conditions:

- i. Parameters to measure
  - a. Position
  - b. Velocity
  - c. Acceleration
- ii. Electrical output
  - a. Passive
  - b. Active
- iii. Type of output
  - a. Relative
  - b. Absolute
- iv. Proximity of the transducer to the vibrating body
  - a. Contact
  - b. No Contact

### ***3.2.2. Displacement, velocity and position.***

In a simple way, the displacement caused by a vibrating signal can be represented as a harmonic signal

$$x(t) = A \sin \omega t$$

By applying derivation, we get velocity and acceleration described by



$$\dot{x}(t) = A\omega \cos \omega t$$

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \sin \omega t$$

The last equations show how the displacement velocity and acceleration components of and specific complex signal are dependent over the angular frequency  $\omega$ . This is how the velocity is proportional to the frequency and the acceleration to the square of the frequency. As we said in the last chapter, any vibratory system can be described by the equation:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

The relative magnitudes of the different forces (inertial, damping and elastic) depend of the frequency. An important observation is that at high frequencies the force component due to the acceleration dominates, giving as a result big forces, even with very low amplitudes of displacement due the effect of  $\omega^2$ . In fact those high frequency components the ones that stays without being detected by the criteria of displacement and cause sudden failures due to fatigue. We can conclude that only considering the displacement can be a very poor measurement of the vibration, because these should always be considerate in group with the frequency and to overcome this difficulty, the criteria of maximum velocity is used to include the frequency parameter and the concept of total dynamic force in the measurement of the vibration in a structure.

The frequencies of interest in the analysis of vibrations can start from a few Hertz to values of the ultrasonic range that can reach 100 kHz. With such a wide range of frequencies it is imperative that the vibration engineering acquires and presents the data in an effective way. Figure 3.8 shows the relation between velocity and displacement in a constant acceleration. The selection of sensors and their proper installation is in many occasions the crucial factor in a diagnosis.

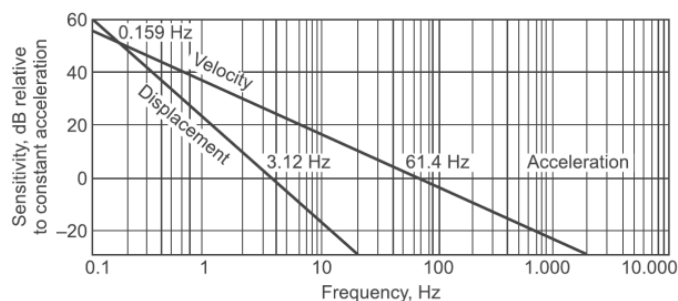


Figura 3.8. Relation of velocity and displacement to constant acceleration. Source: Mehta (2012, pg. 313).

### *Displacement Sensor*

The displacement is generally considered as the most useful of the vibration parameters when the vibration frequencies are less than 10 Hz. Even though to be usable in vibration's severity, the displacement must be valuated together with frequency (Hz). These sensors are really appropriate for the measurement of low frequencies and low amplitude displacement.

### *Velocity Sensor*

Velocity is the most commonly vibration signal used and it is totally independent from the frequency of vibration over the range of 10Hz to 1 kHz. This is useful to monitor low rotating machines. Comparing them with the accelerometers, the velocity sensors have low sensitivity to vibrations at high frequencies.

### *Accelerometers*

The acceleration is commonly used when the vibration frequency overpasses 1 kHz. Then again, the acceleration needs to be handled with the vibration frequency to analyze the results. The accelerometers are the favorite movement sensors used for applications in vibrating monitoring. The piezoelectric accelerometer doesn't have any comparison for its ranges of frequency and amplitude. The piezoelectric sensor is reliable, simple and the most popular vibration sensor for monitoring.

## **3.3. Modal Analysis**

### ***3.3.1. Introduction to Modal Analysis***

Complex vibration systems are usually formed by components that have distributed energy storage and dissipative energy characteristics. In these systems the inertial, stiffness, and damping properties change continuously with the space location. Constantly, partial differential equations with space coordinates and time  $t$  as independent variables are necessary to present their response over vibrations. (De Silva, 2006).

A distributed vibrating system (continuous) can be approximated (modeled) by an appropriate union of masses that are also properly interconnected using discrete strings and damping elements. Such model is a model with grouped terms or discrete terms. An immediate advantage result of this representation of grouped parameters is that the equation systems turn into ordinary differential equation systems. It is common for lineal strings and lineal viscous elements to be used in these models.

According to Zhi Fang (2001) Modal analysis consists in determining the characteristics of a dynamic system in the form of natural frequencies, damping factors and mode shapes, using these values to formulate a mathematical model for the dynamic behavior, which we refer as the modal model of the system and the parameters characterizing the systems are known as modal data.

The dynamics of a structure can be broken down by frequency and position, since the modal analysis is based on the assumption that a response signal in vibration of an invariant linear dynamical system time can be expressed as a set of movements called natural modes vibration. This concept is similar to the use of a combination of sine and cosine Fourier to depict a complicated waveform. The natural modes of vibration are inherent in a dynamic system and are completely determined by their physical properties (mass, stiffness, damping) and their spatial distribution. Each mode is described based on their modal parameters: natural frequency, modal damping factor and the characteristic pattern of movement, known as modal. The mode shape can be complex or real, each corresponding to a natural frequency. The degree of involvement of each naturally in the overall vibration is determined both by properties of the source (or sources) of excitation and the mode shapes of the system.

The modal analysis covers theoretical and experimental techniques, holding the theoretical part in a physical model of a dynamic system that comprises properties of mass, stiffness and damping. These properties can be given in form of partial differential equations. An example is the wave equation set vibrating string uniform distribution of mass and elastic properties. The solution of the equation provides the natural frequencies and mode shapes of the rope and forced vibration responses. However, a more realistic model usually comprise physical properties of mass, stiffness and damping in terms of their spatial distributions, arrays of mass, stiffness and damping. These matrices are

embodied in a set of ordinary differential equations of motion. The principle of superposition of a linear dynamic system allows us to transform these equations in a typical eigenvalue problem. Its solution provides the modal system data. Analysis of modern finite element discretization empowers the nearly any linear dynamic structure and also has improved the capacity and scope of theoretical modal analysis. On the other hand, the rapid development over the past two decades of data acquisition and processing capabilities has risen to major advances in the field of experimental analysis, which has become known as modal test.

### ***3.3.2. Modal Testing***

The modal testing is an experimental technique used to derive the modal model of a linear oscillating system invariant in time. The theoretical basis of the technique is based on establishing the relationship between the response of vibration excitation in one location and at the same time or other location as a function of the excitation frequency. This relationship is often a complex mathematical function, is known as a frequency response function, or to shorten FRF. Combinations of excitation and response locations leads to a different set of complex set of frequency response functions (FRF's) which can be the collectively represented by a system FRF matrix. This matrix is usually symmetrical, reflecting the reciprocity of the structure of the system.

The practice of the modal test involves measuring the FRF's or impulse responses of a structure. The measurement of the FRF can be done simply by ensuring excitation as a location of the structure in the absence of other excitation and measure responses of vibration in one or more locations. Excitation modern techniques and recent developments of the theory of modal analysis allows more complicated excitation mechanisms. The excitation may be a select band, transient, random or white noise frequencies. It is usually measured by a force transducer at the driver while the response point is measured by accelerometers or other sensors. Both the excitation and response signals are fed to an analyzer which is responsible for computing an instrument data of the FRF.

A practical consideration is how many tests modal FRF data need to be acquired in order to properly derive the modal model of the measured object. When a simple test is

performed with an impact hammer, is left fixed to the measurement of the response while alternately force point moves excitation location. The measured data are one row FRF FRF matrix. These data would be theoretically sufficient to derive the modal model. For a simple test of vibration shaker, a fixed location input power is used as the response alternately moves within the collection of points or may be simultaneous responses acquisition points. FRF data constitute the FRF matrix column. Again, the data should be enough theory. With enough data, numerical analysis modal parameters derived through curve fitting. This process is known experimental modal analysis. The derived parameters formed for the modal model test structure. The parameters can be extracted both individual FRF curve or set of curves FRF.

In summary, experimental modal analysis involves three phases; test preparation, measuring the frequency response and identification of modal parameters. The test preparation involves the selection of a support structure, type of excitation forces, location of the excitation hardware to measure the forces and responses; Structural determination of a geometric model which consists of points of response to be measured; and identification of mechanisms that could lead to improper measurements. During the test, a set of FRF data is measured and stored which is then analyzed to identify modal parameters of the measured structure.

To exemplify the previous explanation, look at the experimental process of modal analysis in figure 3.9

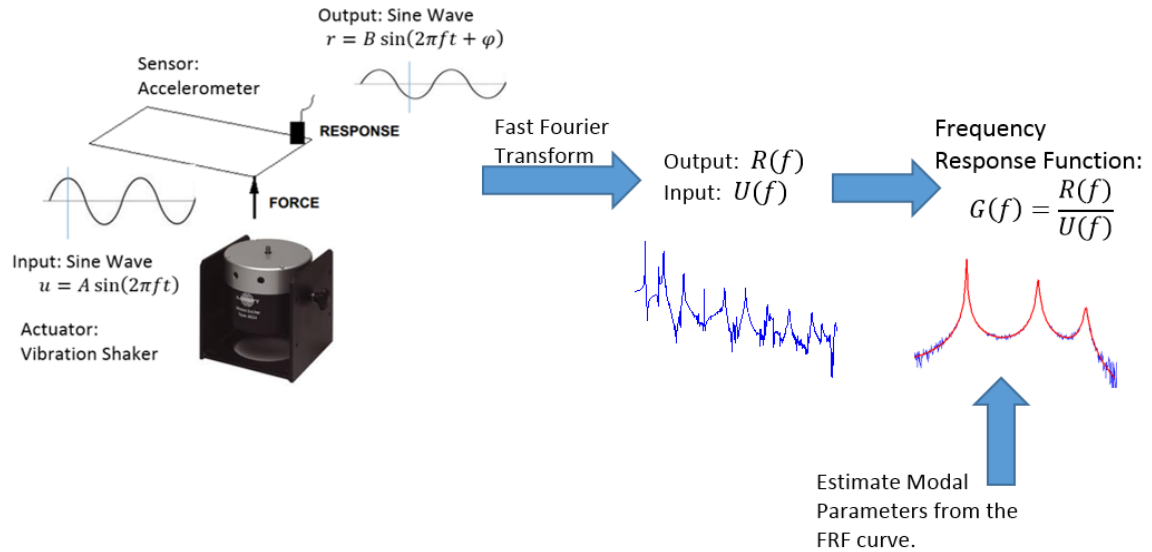


Figure 3.9. Process to obtain the Frequency Response Function.

Suppose we have a subject to the force of a vibration shaker, flat uniform beam whose motion is governed by a sine wave of fixed amplitude but varying frequency. The vibrations produced in the beam along a frequency sweep are recorded by an accelerometer, presenting these vibrations also in the form of a sine wave but with a phase shift relative to the input signal and a different amplitude. These signals in the time domain are passed to the frequency domain in its complex form (equivalent to magnitude and phase), and by cross complexes between input output values division obtain the Frequency Response Function whose values being also complex allows us to obtain a curve magnitude and phase (Bode plots) of the FRF, may obtain modal parameters of the beam through the information presented in these curves. The above mentioned concepts is similar to the description of the analysis of the mechanical system of one degree of freedom mentioned in section 3.1.4, but the beam system has many more degrees of freedom and values of mass, stiffness and damping are the unknown degree of freedom for each mode, which is used by this experimental method.

### 3.3.3. Representation of the Frequency Response Function

As we know, the division of two complex numbers also give us a complex number, which is what happens to the FRF, and we can get 5 distinct graphs that help us to obtain the modal parameters; magnitude and phase plot (Bode graphs), Coincident plot (real

part of the FRF), Quadrature plot (imaginary part of the FRF) and Nyquist plot (real part against the imaginary part of the FRF).

### *Bode plots*

A method of presenting the data is to plot polar coordinates, magnitude and phase versus frequency as shown in Figure 3.10. A resonance system with one degree of freedom, when the frequency is equal to the natural frequency, the magnitude is a maximum and is limited only by the amount of damping in the system. Phase ranges are from  $0^\circ$  to  $180^\circ$  and the response remains at  $90^\circ$  in resonance.

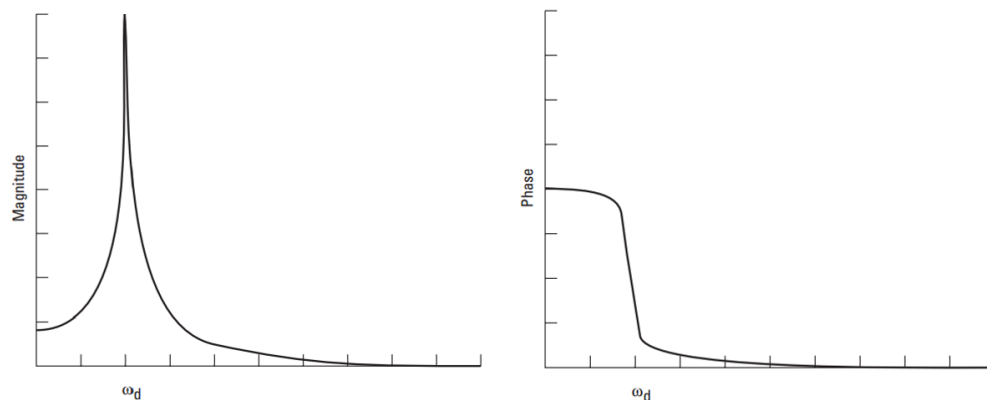


Figure 3.10. *Bode Plots*. Source: *Agilent Technologies (2000, pg. 6)*.

### *Coincident and Quadrature Plots*

Another method of presenting the information is to graph the rectangular coordinates, the real and the imaginary part respect to frequency. For a damped proportional system, the imaginary part (Quadrature) is maximum in the resonance and the real part (Coincident) is zero, as see in figure 3.11.

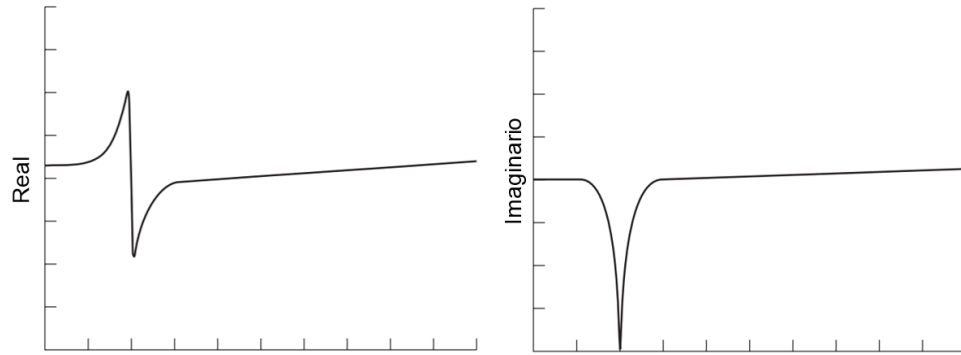


Figure 3.11. *Quadrature and Coincident Plots.*Fuente:Agilent Technologies (2000, pg. 7) .

### *Nyquist Plot*

Another method of presenting the information in frequency is graph the real part respect to imaginary part. It is often named Nyquist Plot or response vector graph. This visualization emphasizes the area of response in frequency when it is in resonance and draws a circle as see in figure 3.12.

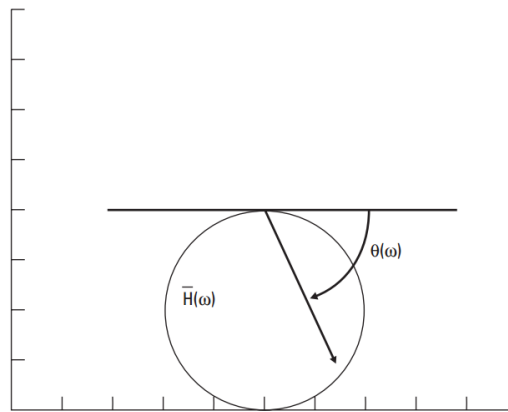


Figure 3.12. *Nyquist Plot.*Source:Agilent Technologies (2000, pg. 7) .

Plotting the magnitude in decibels respect to logarithmic scale frequency (semi-logarithmic graph), it is possible cover a large range of frequencies and show the amplitude range.

The systems in the real world are more complex that a first order system, whereby we can wait some resonances frequencies in FRF spectrum, an likewise this characteristic



will be reflected in the previous graphs, having some maximums peaks in the quadrature graph, some phase shifts, are some to  $0^\circ$  from  $180^\circ$ .

### 3.3.4. Modal Parameters Identification

As we know, the modal parameters to obtain are the natural frequencies, the damping ratios and the modal shapes, and their values through the FRF obtained by modal testing it is based in extraction of information of the previous graphs. The general procedure to estimate modals parameters is estimate the frequencies and damping factors, and then estimate the modal coefficients.

#### *Natural Frequency*

The basic supposition to the approximation of a single-mode is that the vicinity of a resonance, the response is due primarily by this simple mode. The natural frequency can be estimated from frequency response data observing the frequency in which any of the following behaviors occur:

- The frequency response magnitude is a maximum (Bode plot).
- The frequency response magnitude is a maximum or a minimum (Quadrature plot).
- The frequency response real part is zero (Coincident graph).
- The response is phase shifted by the input for  $90^\circ$ .

This behaviors can be seen in the figure 3.13

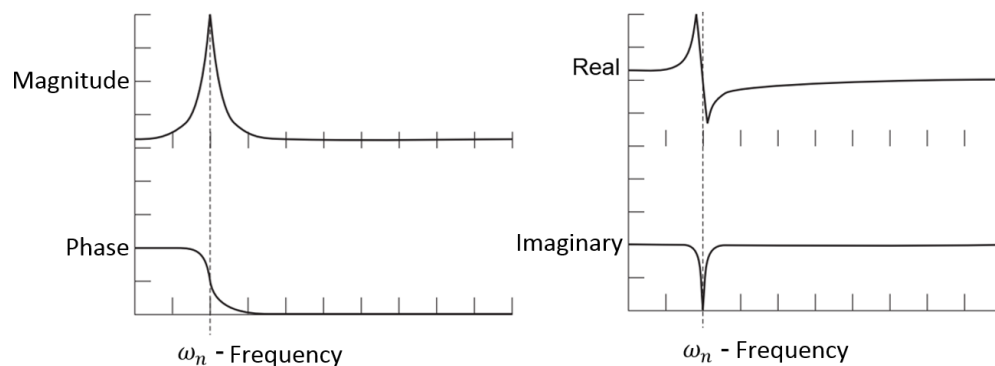


Figure 3.13. Obtaining the natural frequencies based on the FRF. Source: Agilent Technologies (2000, pg. 7).

### Damping ratio

We know that the peak height of resonance is function of the damping ratio, and therefore the damping factor can be estimate by the average power method or other mathematic or graphic related method. In the average power method, the damping is estimated calculating the acuity of the resonant peak. As show in the figure 3.14 the damping is related to the peak width between the half-power points; points under or over the resonance peak in which the magnitude response is 0.7071 times the resonance magnitude, that is to say  $-3$  dB (twenty times the logarithm base ten of 0.7071).

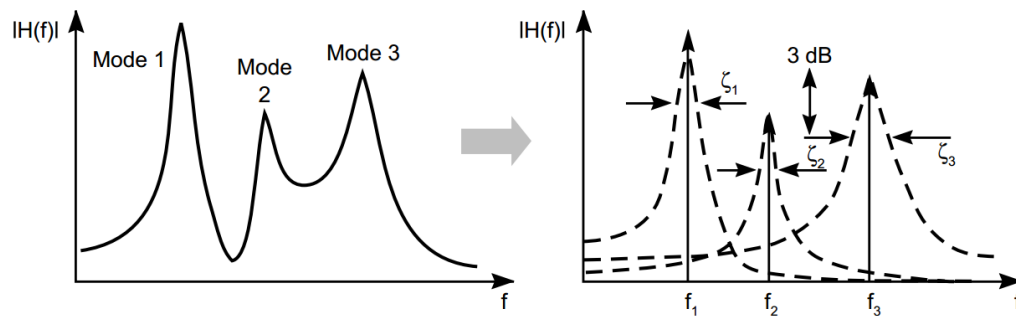


Figure 3.14. The frequency response of simple structures can be separated in single modes, each mode behaves as a one degree of freedom system. Source: Gade S., Herlufsen H. (1999, pg. 3).

For a particular mode, the damping ratio  $\zeta_r$  can be calculated using the following equation

$$\zeta_r = \frac{\Delta f}{2f_r}$$

Where  $\Delta f$  is the band with frequency between the two half power points and  $f_r$  is the resonance frequency corresponding to that mode.

Let us open an important parenthesis to distinguish between resonance frequency and natural frequency. The natural frequency can be approximated using either the coincident response or the Bode plots. For the coincident response the natural frequency occurs in the frequency where the real part is zero. Using the Bode plots, the natural frequency can be obtained determining the resonance frequency and using the following equation

$$f_r = f_n \sqrt{1 - 2\zeta_r^2}$$

Where  $f_n$  is the natural frequency. If the damping ratio is small ( $\zeta_r \leq 0.1$ ), the resonance frequency and the natural frequency can be approximated as equal.

Besides the method previously described, the damping ratio can be obtained with the coincident response through the following equation with the parameters that are indicated in the figure 3.15.

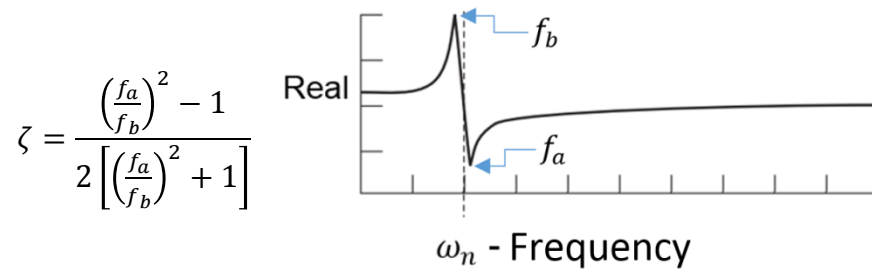


Figure 3.15. Obtaining the damping ratio through the coincident response.

### *Mode Shape*

The easiest form to find the mode shapes of a structure is through the method known as Quadrature Picking, which is based in the supposition that the union between modes is not very strong; in the real world, mechanic structures are most of the times very light damped implying that the modes are lightly bonded. At any frequency, the magnitude of the magnitude of the frequency response function is the sum of the contribution (in the particular frequency) of all modes. When there's little modal coupling between the modes, the structure response in a modal frequency is completed controller for that mode, and so the Quadrature Picking can be used to figure out the mode shapes.

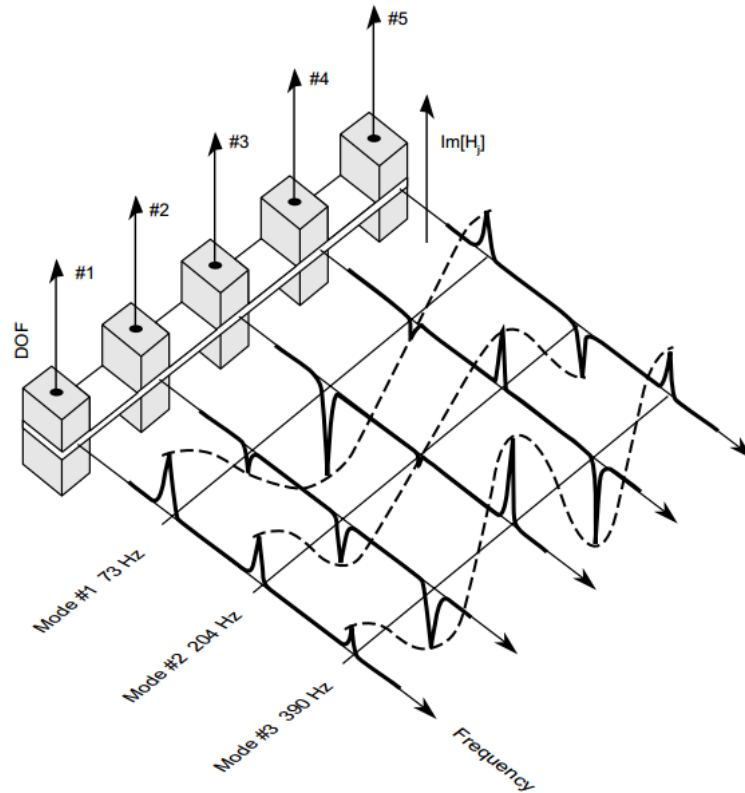


Figure 3.16. Obtaining the mode shapes through the Quadrature Picking in distinct points. Source: Gade S., Herlufsen H. (1999, pg. 3).

For one degree of freedom systems, the frequency response function en resonance is purely imaginary. As a result, the value of the imaginary part of the frequency response function, for a structure with modes lightly coupled, es proportional to the modal displacement. Consequently, when examining the magnitude of the imaginary part of the frequency response in a number of points in a structure, the modal relative displacement in each point can be founded. From these displacement the mode shapes can be established. The procedure is then repeated to determine all the mode shapes required. When generating an excitation a measurement of the response in the same point and in the same direction, the mode shape can be scaled in absolute units.

### 3.3.5. Mode Coupling

Friction induced instability caused by coupling mode can cause severe damage to automotive components system and are recognized as one of the most serious problem in

industry.

Strictly speaking, mode coupling is a phenomenon that appears, under some conditions, in mechanical systems where a non-conservative force is applied. What happens is that two modes that are, in a linear system, completely independent on each other, start to get close in frequency interacting with each other and resulting in an instability of the system.

This phenomenon can be shown in a simple two degree of freedom model, introduced by Hulten to study squeal vibration in drum brakes.

This model is composed of a mass sustained by two nonlinear springs  $k_x$  and  $k_y$  and a spring  $k$  at  $45^\circ$  from the  $x$ -axis to introduce non-zero element in the stiffness matrix. The mass and the moving band are always in contact and a friction force exists between them. For simplicity, we will assume that the friction force can be described as  $F_f = \mu F_T$ .

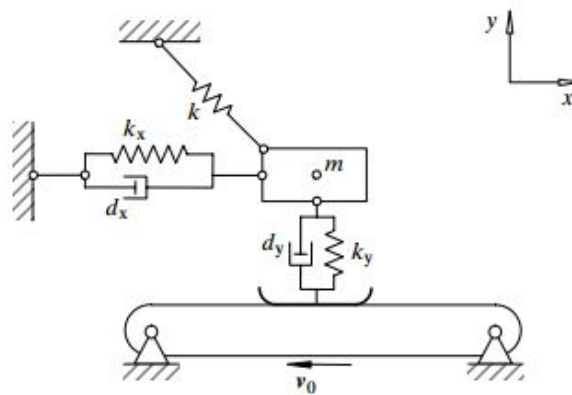


Figure 3.17. Mechanical system to explain mode coupling.

Deriving the equation of motion of the system and simulating it we get different behaviors when the coefficient of friction changes. In the first graph from figure 3.18, obtained for  $\mu = 0.2$ , we can observe that the 2 modes, relative to each other, have limited oscillation. Instead in the second, for  $\mu = 0.4$ , the modes diverge in time attaining high oscillation that will eventually result in a mechanism failure.

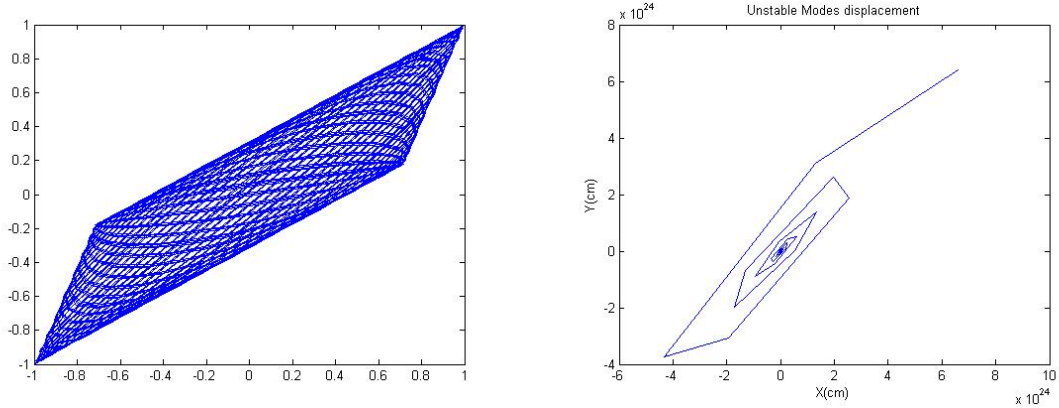


Figure 3.18. From stable to unstable due to the increment of friction generating mode coupling.

In this simple mechanism the relation between the modes can be easily expressed with a close loop formula that shows how they interact:

$$\hat{y} = F_y(\omega)\hat{x} = \frac{\frac{1}{2}k - \mu(k_y + \frac{1}{2}k)}{(k_y + \frac{1}{2}k - m\omega^2)} \hat{x} \quad \hat{x} = F_x(\omega)\hat{y} = \frac{\frac{1}{2}k - \mu(k_x + \frac{1}{2}k)}{(k_x + \frac{1}{2}k - m\omega^2)} \hat{y} .$$

As can be seen, a small vibration in x direction result in a vibration in the y direction, and this increases the vibration of x and y in type of feedback relation that will eventually result in divergence.

The same phenomenon occurs in a much more complex multi-DOF system as an automobile brake system. The difference here is that coupling can occur between modes of different components of the brake and the relation between them cannot be studied only in mathematical terms but should be also simulated in FEM software.

## 4. RESULTS

### 4.1 Modal Analysis obtained from Impact Hammer Tests

Previously to the analysis of the brake disc with the laser vibrometer tests were done with an impact hammer on distinct points in a mesh that were traced in the front part of the disc maintaining an accelerometer fixed in one of the points for all the hits given.

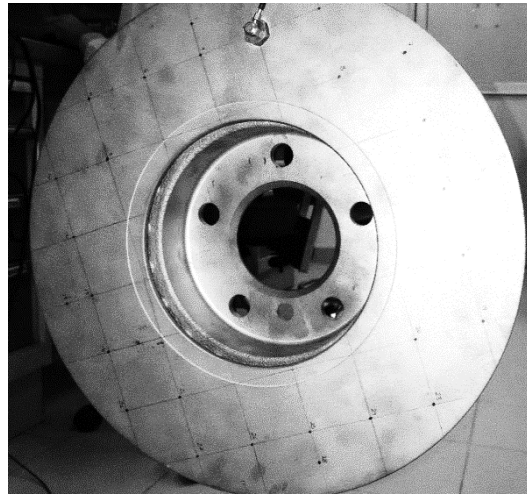


Figura 4.1. Brake Disc with the mesh points and with the accelerometer fixed.

We had 28 points in total distributed in the disc, including the one that is occupied by the accelerometer, whereby 27 measurements were done with the impact hammer. The configuration of the system consists of the impact hammer type 8202 of the brand Brüel & Kjær (technical data in the Annexes section) with plastic tip and without additional mass, which has a piezoelectric effect transducer with a charge sensibility by unit of force of 4 pC/N, which goes to a conditioning unit NEXUS to obtain a sensibility of 10 mV/N. On the other side the accelerometer transducer is the model 4519-001 from Brüel & Kjær with a sensibility of 100 mV/g where g is the unit of acceleration ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ). Both signals go to a data acquisition card (DAQ) NI 9234 of National Instruments which consists of 4 acquisition channels of  $\pm 5\text{V}$  with 24 resolution bits which was connected to a portable computer through the High-Speed USB Carrier NI 9211 adaptor. The processed signals were acquired through the LabVIEW software and from there were exported in form of text files to data columns in MATLAB for their posterior analysis.

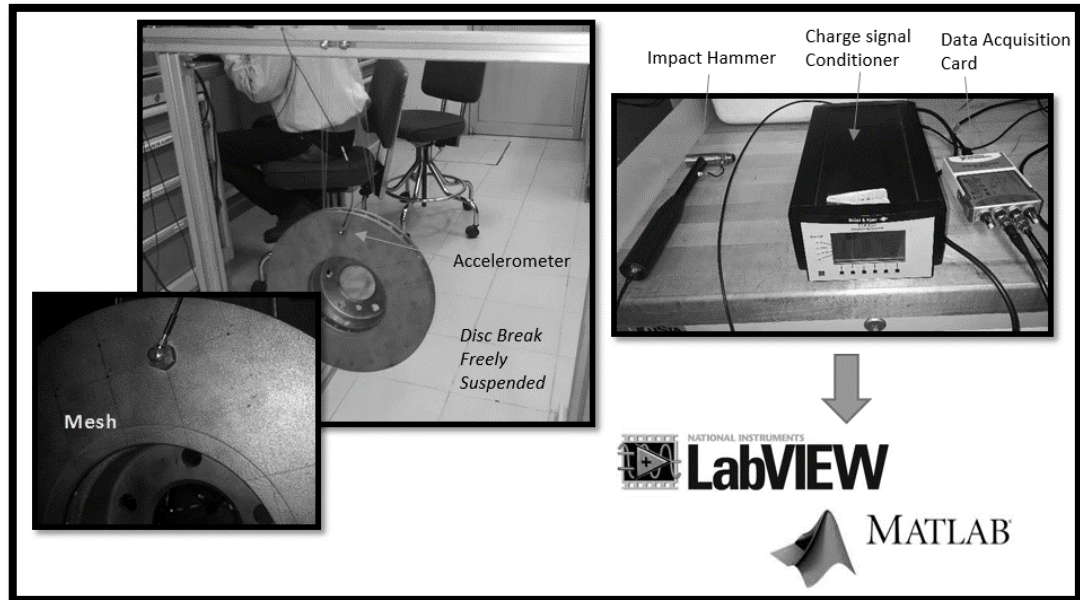


Figure 4.2. Equipment used for the data acquisition in impact tests of the brake disc.

For the first experiment with the disc brake in free boundary condition, the sampling rate in LabVIEW was of 20 kHz during a second, and since a Trigger couldn't be implemented with the hammer signal, the data had to be cut to 7000 samples to take only important values. The measurements were always attempted with the same hit direction to include the same excitation frequencies.

Making a parenthesis, the way in which the disc should be hit it should be approximated to a Dirac delta function  $[\delta(x)]$  as can be seen in the figure 4.3, in such way that tends to infinite when  $x = 0$ , and for any other point of  $x$  is zero.

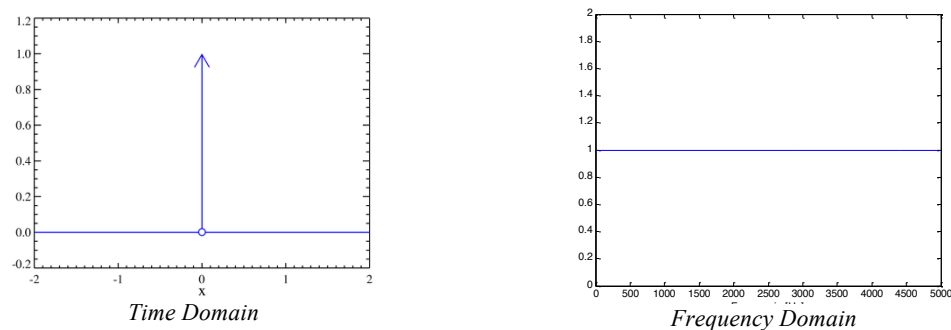


Figure 4.3. Dirac delta function.

The reason for this is that the Fourier transform of  $\delta(x)$  is one, that is to say it has a constant value for all the frequencies, which means that when a force  $\delta(x)$  is applied the impacted system is excited in all frequencies. Obviously this is not possible in the real world, and even less when a human being is in charge of making the impact, since this



impact will last certain time, whereby we could approximate more this behavior through a rectangular signal  $[\Pi(x)]$  with a length of approximately 500 microseconds, being its Fourier transform the function  $\text{sinc}(f)$  which is defined as

$$\text{sinc}(f) = \begin{cases} 1 & \text{para } f = 0 \\ \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} & \text{para } f \neq 0 \end{cases}$$

Which magnitude is  $[\text{sinc}(f)]^2$ . The correspondent graphs for this signals are in the figure 4.4.

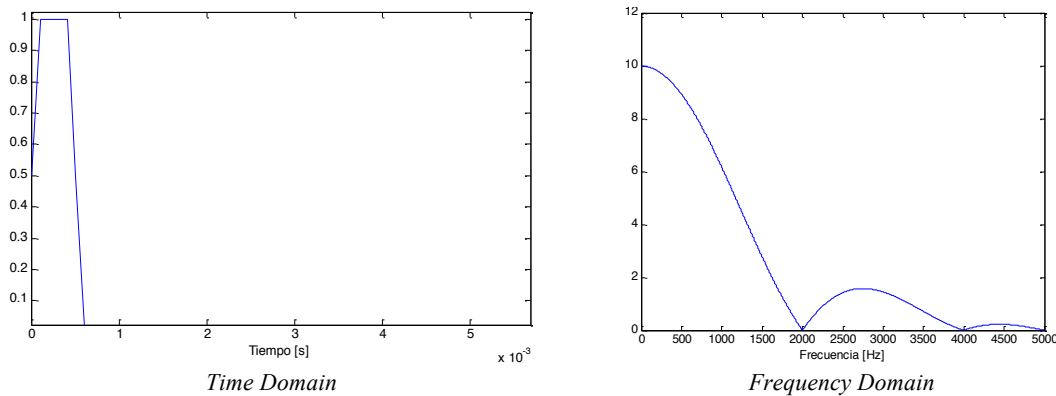


Figure 4.4. Rectangular Pulse Signal.

The magnitude of the signal in frequency is a square sinusoidal signal which peak value goes decreasing as the frequency grows, that is to say, when performing an impact testing the most excited frequencies in the structure will be the lowest, and if it's wanted to include a wider range of frequencies it's needed to cut the pulse length (which is kind of hard to do), or impact the structure with more force so that the magnitude of the peaks increases proportionally, which it can be done with major harness tips and applying more force, but with the inconvenient of harm the structure y deform it to the point of obtain different responses which originally will be obtained without the damage. Having clear the previous concepts, we know what will be obtained from the graphs of applied force to the disc either in time and in frequency.

Inside MATLAB the hammer and accelerometer data was processed to convert them to force and acceleration units respectively, as you can see in figure 4.5.

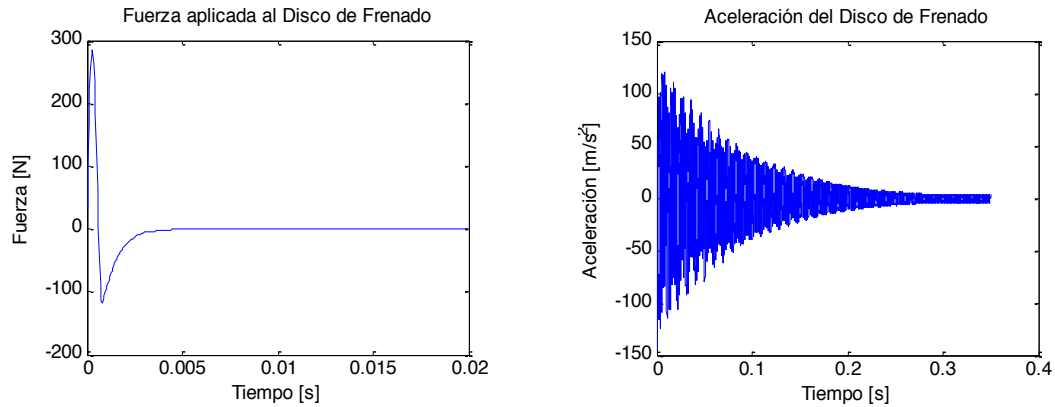


Figure 4.5. Force applied to the disc and its acceleration.

Observing the hammer data we can see we have a function that ideally we would wait to be like a rectangular pulse but rather looks like curve in the corners and it comes to have negative values when it starts to attenuate. In so far as the time response of the accelerometer, we can see a sinusoidal function of a frequency of 757 Hz and which peak values oscillate and go attenuating.

The frequency response of the applied force looks like the function  $\text{sinc}(f)$  as we mention previously, while for the acceleration we have several peaks that indicate the predominance of the sinusoidal signal that compose the accelerometer signal, as we can appreciate in the big magnitude of the 757Hz peak that is the frequency that predominate in the signal of the figure 4.6.

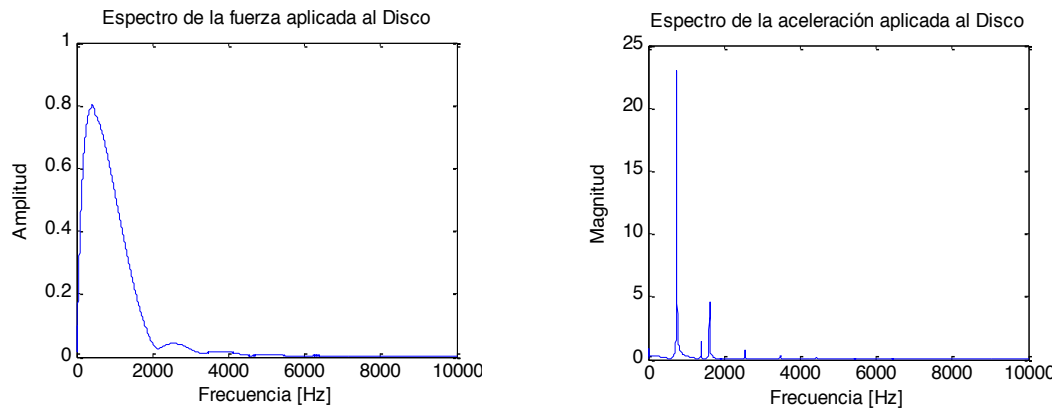


Figura 4.6. Magnitude of the Fourier Transform for the applied force to the disc and its acceleration.

From this plots similar results it could be obtained for the 26 remaining points in the mesh. In the figure 4.7 it can be seen the same amplitudes from the figure 4.6 but with the magnitude in decibels and in semi-logarithm scale.

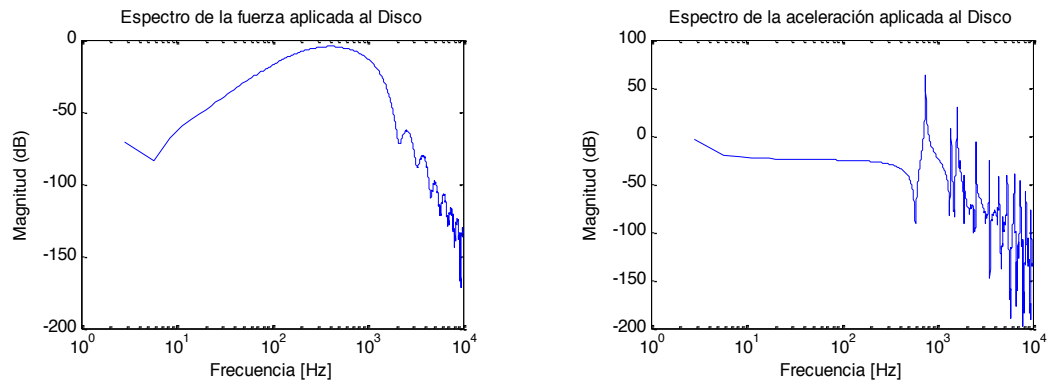


Figure 4.7. Magnitude in decibels of the Fourier Transform of the applied force and its acceleration in semi-logarithmic scale.

Then it was proceeded to obtain the Frequency Response Function with data from the Fourier transform from the input and output values, and so identify the modal parameters such as the natural frequencies, the damping ratio and the mode shapes.

The FRF was obtained through the complex division of the accelerometer signal Fourier transform between the hammer signal Fourier transform, that is to say acceleration between force, which we denominate as accelerance. As we saw in the section 3.3.4, we can represent this accelerance signal of several ways since it's a complex number, and with the obtained graphs we can obtain the modal parameter as the natural frequencies and corresponding damping to each modal form. In concrete the following graphs were used for getting the parameters;

- Coincident Plot to obtain the natural frequencies through the zero-crosspointsof the signal, and through the closets peaks to the right and left from the zero crossing the damping ratio is obtained.
- Through Quadrature Picking to get the modal coefficients with the quadrature plot.

The data processing was done with a MATLAB script, which can be found in the annexes section and in the Manual for better understanding.

Some plots are presented next with the obtained data from the processing in the analysis point number one the brake disc in free boundary condition. In the figure 4.8 it can

observed the coincident plot in which we see several zero crossings, which occur in the natural frequencies and are detected by the program to obtain those frequencies, which are in the table 4.1, where also can be found the values of damping obtained through the procedure explained in section 3.3.5.

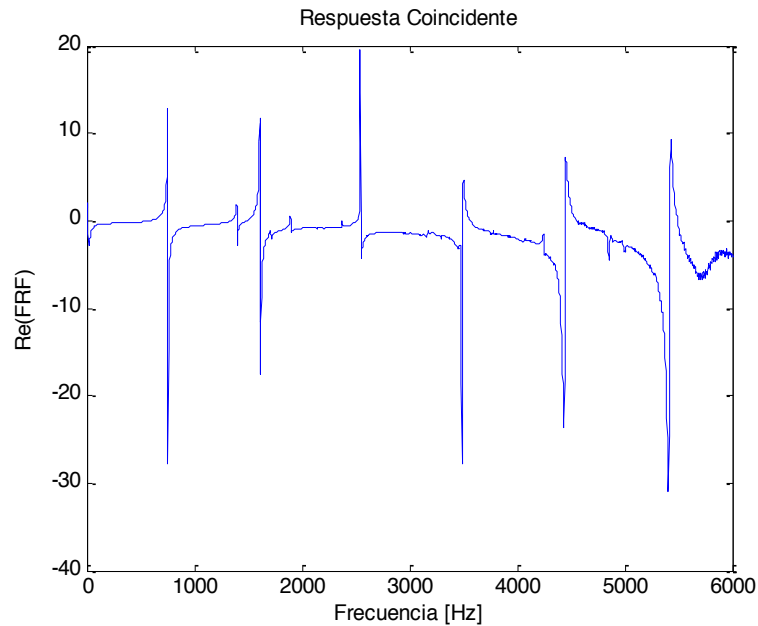


Figure 4.8. *Coincident Response in the Brake Disc at free boundary condition in the analysis point one.*

In the figure 4.9 there's the quadrature plot which peaks are the coefficients from which it can be obtained the modal forms, also found in the table 4.1.

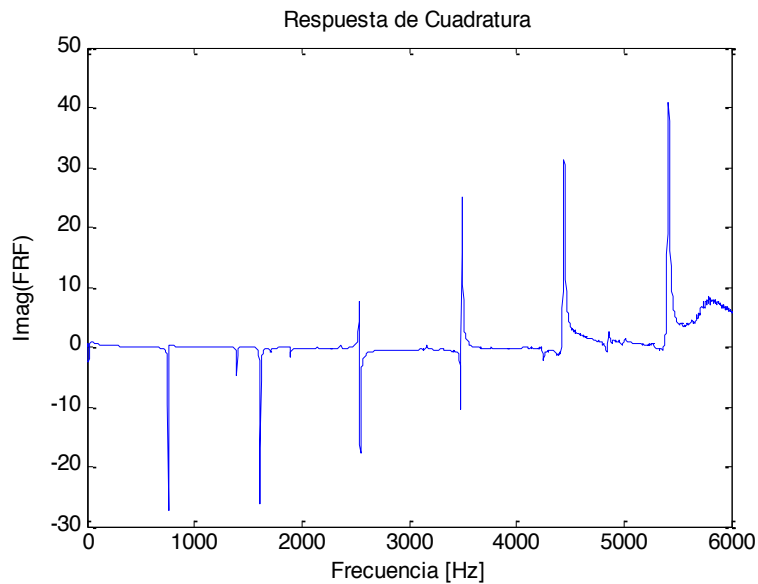


Figure 4.9. *Quadrature Response in the Brake Disc at free boundary condition in the analysis point one.*

Mode	Frequency (Hz)	Damping	Modal Coefficient
1	754.285714285714	0.00378782444007623	-27.4521637472457
3	1614.28571428571	0.00176990596004081	-26.2839024909821
5	2545.71428571429	0.00168444216055001	-17.6933576718801
6	3494.28571428571	0.00204498122297404	22.1577069930126
7	4445.71428571429	0.00192925326939156	30.3262966506724
8	5420	0.00184549859184376	37.8554298770435

Tabla 4.1. *Modal Parameters found in the Brake Disc at free boundary condition in the analysis point one.*

Obtaining the modal parameters of all the points we can obtain an approximation of the mode shapes (a simple one since it only were measured 27 points in the mesh of the disc) and it can be done a little statistic study to obtain the average of the natural frequencies y check the variance that is between these data.

In the table 4.2 it can be seen the average of the frequencies y their variance taking as reference their average.

Mode	Natural Frequencies Average (Hz)	Variance
1	759.7884	0.559895
2	1618.73	2.015621
3	2543.492	8.062484
4	3488.677	14.19893
5	4446.667	6.651562
6	5419.682	11.68892
7	6404.868	732.7678
8	7483.187	8751.854
9	8522.54	14550.16
10	9528.681	17175.18

Table 4.2. *Average an Variance of the natural frequencies with the disc at free boundary condition.*

With all the modal coefficient values and through a MATLAB script it could be generated a tridimensional mesh to create the transversal surface of the disc to observe

the deformation that this suffers when is excited with the natural frequencies. This mode shapes can be observed at figure 4.10.

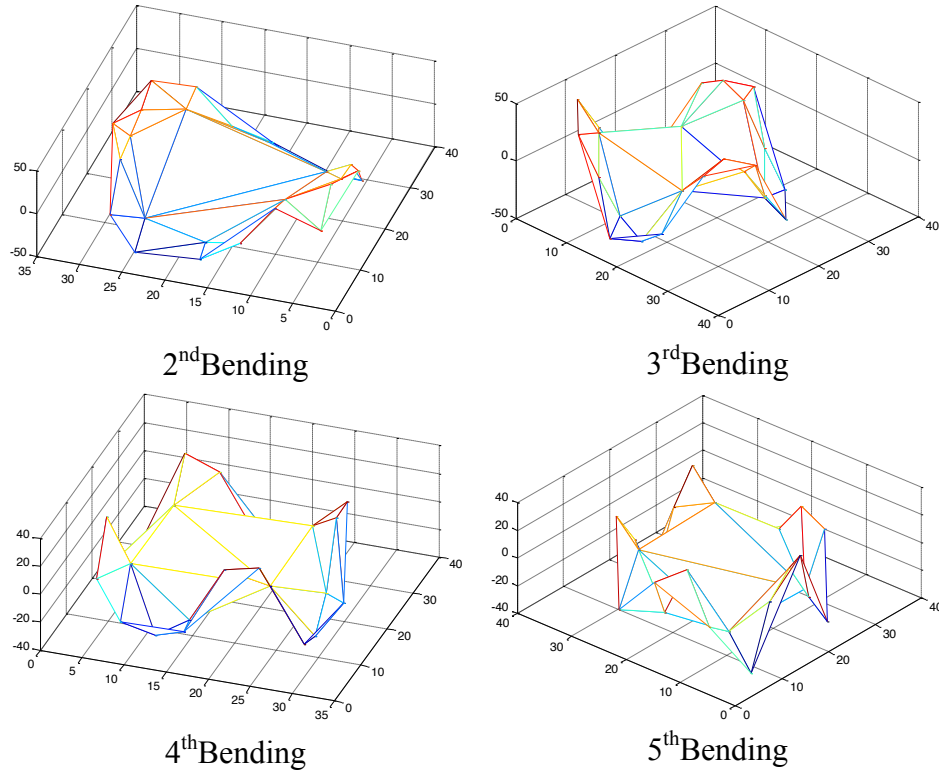


Figure 4.10. Mode Shapes of the disc outside the plane.

Other important experiment was with the disc at vertical fixed position (figure 4.11), and since we're constraining the motion of the disc (there's an increment in stiffness) the natural frequencies increased their value as you may see in table 4.3.



Figure 4.11. Disc at vertical fixed position.

Mode	Natural Frequency (Hz)	
	Free Boundary	Vertical Fixed
2	754.286	957.926
3	1614.286	1983.463
4	2545.714	3225.185
5	3494.286	4572.196

Table 4.3. Increase at natural frequencies when the disc is at vertical fixed position.

## 4.2 Modal Analysis from ANSYS

After those experiments a model was created based in the characteristics of the disc to get closer to the experimental obtained values. A complete procedure for the simulation in ANSYS can be found in the Manual. In figure 4.12 we can see the transversal mode shapes obtained by the program.

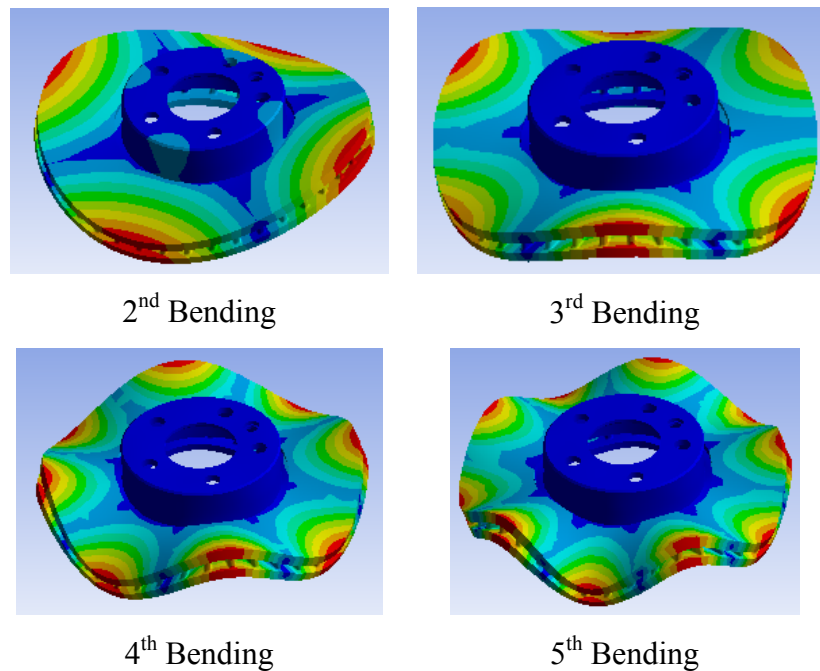


Figure 4.12. *Mode Shapes of the disc outside the plane in ANSYS.*

As we can see we have the same number of antinodes (maximum displacements or red zones) in the MATLAB mode shapes and in the ANSYS mode shapes. We obtain good results as well in the natural frequency values as we can see in table 4.4.

Mode	Natural Frequency (Hz)	
	Impact Testing	ANSYS simulation
2	957.926	983.24
3	1983.463	2001.50
4	3225.185	3150.50
5	4572.196	4343.4

Table 4.4. *ANSYS natural frequencies.*

After work in several experimental tests we saw similar results for natural frequencies if the disc was constrained in the bolt holes, and that's when we had tangible results to make a test with the laser vibrometer and compare the results.

### 4.3 Modal Analysis obtained from Laser Vibrometer

The laser vibrometer is a very complex equipment that makes modal analysis very easy for test that require precision and complexity at the same time, for what the brake disc took no more than ten minutes to finish the test and obtain a lot of plots, values and mode shapes that were really similar to the results previously obtained with the impact testing. In figure 4.13 we can see the mobility plot (velocity over frequency spectrum) of both the laser vibrometer and the impact testing with very similar results at some frequencies.

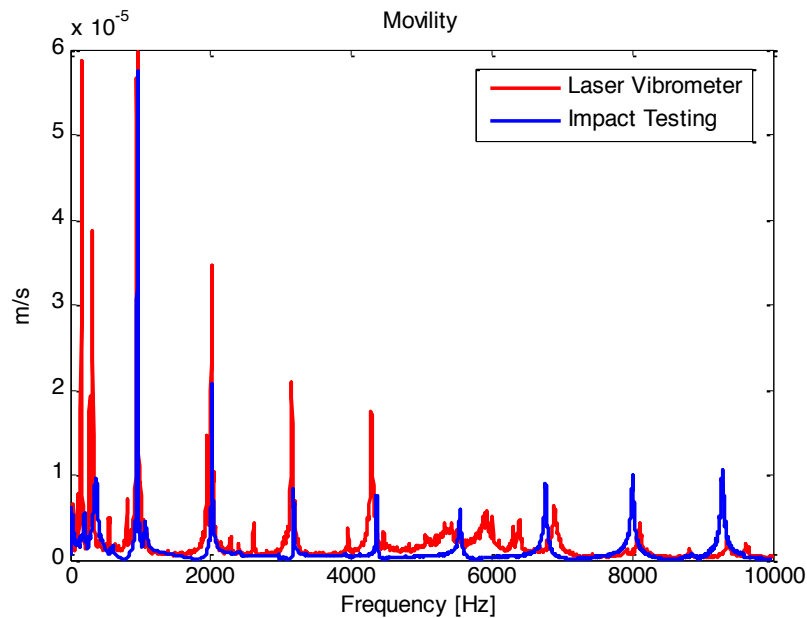


Figure 4.13. *Mobility Plots of the Laser Vibrometer and Impact testing.*

The reasons why the figure may look different at some points is maybe the way the accelerometer was mounted in the disc surface, and maybe some hardware configuration that filter some of the information. The value of the natural frequencies found with the laser vibrometer are in the table 4.5.

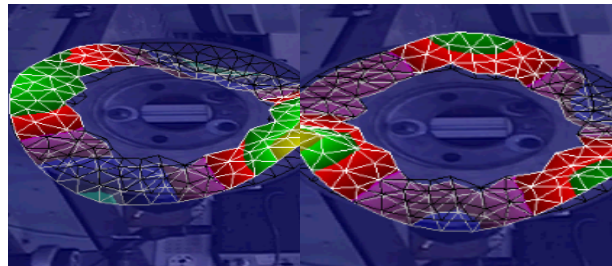
Mode	Natural Frequency (Hz)	Natural Frequency (Hz)
	Impact Testing	Laser vibrometer
2	957.926	962.5
3	1983.463	2012.5



4	3225.185	3143.75
5	4572.196	4284.375

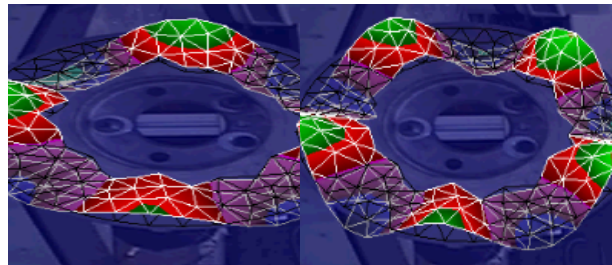
Table 4.4. *Laser Vibrometer natural frequencies.*

As we see from the 2<sup>nd</sup> to the 5<sup>th</sup> mode the natural frequencies are really close to each other. In the figure 4.14 we can see the mode shapes obtained with the laser vibrometer.



2<sup>nd</sup> Bending

3<sup>rd</sup> Bending



4<sup>th</sup> Bending

5<sup>th</sup> Bending

Figure 4.14. *Mode Shapes of the disc outside the plane obtained with the Laser Vibrometer.*

From all the three methods we used we have the same mode shapes, which indicates good results from all the analysis done so far.

#### 4.4 Possible brake noise categories

In general three different categories of brake noise can be found and attributed to different phenomena, as it is possible to find in the literature.

##### *Low Frequency Noise*

Typically in the range of 100 Hz to 1000 Hz, it can be recognized as groan or moan, and it's produced by friction excitation of the natural frequencies of the rotor and lining interface. The energy is in fact transmitted not only to heat but also as vibration of the disk that, due to resonance, produces low frequency and power sound waves that result in the noise.

##### *Low Frequency Squeal*

In the frequency range between 1 kHz and yet below the first circumferential mode of the disk, and due to a phenomenon called 'modal locking', for which two or more modes of different structure couple to create optimal conditions for squeal.

##### *High Frequency Squeal*

One of the most troublesome issues in the brake development is to reduce this uncomfortable noise, classified in frequency above 5 kHz. It usually occurs when an angular mode couples with a transversal mode at relatively high frequencies.

#### 4.5 Mechanisms that generate vibration

As it is easy to understand, it's a series of factor that can produce the vibration and noise in a braking system. We studied some of them to get a better understating of the dynamics beyond this phenomenon.

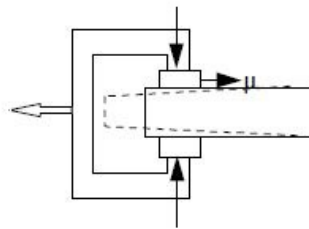


Figure 4.15. Non-ideal flatness in the disc can generate friction.

The first of all is naturally the possibility that the friction force excitation can match one of the natural frequencies of the disk, resulting in a resonance condition that makes the disk oscillate with high amplitudes and produce noise. The friction force is, in fact, non-constant and can, for this reason, excite a natural frequency. The factors that make the friction vary may be the non-ideal flatness of the disk, which can also be increased by the pressure applied to the disk by the pads, as shown in the following picture.

Moreover, the disk will have, depending on the manufacturing process, a roughness that is not ideal: This means the friction coefficient along the disk is not constant and, consequently, the friction force will change periodically generating vibrations.

Eventually a mechanism of feedback can also give rise to non-constant pad friction. In fact, vibrations of the rotor may change the normal force exerted on the pads, increasing it. Moreover, this process will deform the pads geometry, trying to stretch them. On the other hand the pad material has its own stiffness, which will produce a force of reaction. When this force wins the friction one, the pads bounce back and friction will instantaneously decrease. Then this mechanism starts again.

#### **4.6 Density differences and noise generation**

If we perform the modal analysis of the rotor without the brake pads we will observe that the modes are completely symmetrical with respect to the axis passing through its center. On the other hand, when the modal analysis is performed considering the pad action, then we can observe that the pad action makes some mode to be asymmetrical.

Comparing the modes obtained in the two configurations, we can see that the deformation of the part under tension tends to be higher than the one under compression. This clearly means that the pad action makes the disk to be non-uniform in density, since the part in compression will be with higher density than the part in tension. The density difference, along with the vibrations of the rotor, will make the surface of the disk resonate exactly as the chord of a guitar does. In fact, the disk will act as a speaker and produce sound waves.

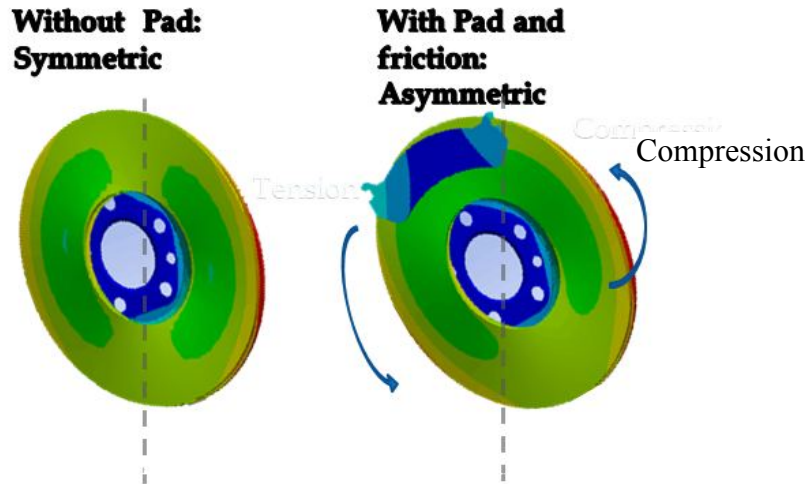


Figure 4.16. Noise generation due to tension and compression.

#### 4.7 Effect of temperature on the disc

In general, modal frequencies and shapes are not much affected by the small thermal expansion of the material considered. Nonetheless what really changes due to temperature increase is the friction coefficient, and, consequently, the friction force.

During the brake of a vehicle what happens is that heat generated by the process is both released to the surroundings and used to warm up the disk. This will cause a temperature increase that, in turn, will make the friction coefficient to decrease. In response to this friction decrease, the operator should increase the pressure applied to the pad to keep braking efficiently. This force may deform more the disk and increase its vibrations. On the other hand, the decrease of friction may cause two modes to uncouple and the squeal to disappear. In conclusion, the relation between the temperature and the squeal generation is a complex one.

#### 4.8 Squeal Generation by mode coupling

As previously defined, the possibility of coupling between two or more modes of the braking system due to the friction action can be origin of squeal. In particular the most annoying noise is generated when an angular mode couples with a transversal mode resulting in instability. From the results obtained by the laser vibrometer, we have

identified two set of modes that are most likely to produce coupling, one about 3 hundred Hz and another about 2 KHz as shown in the figure 17.

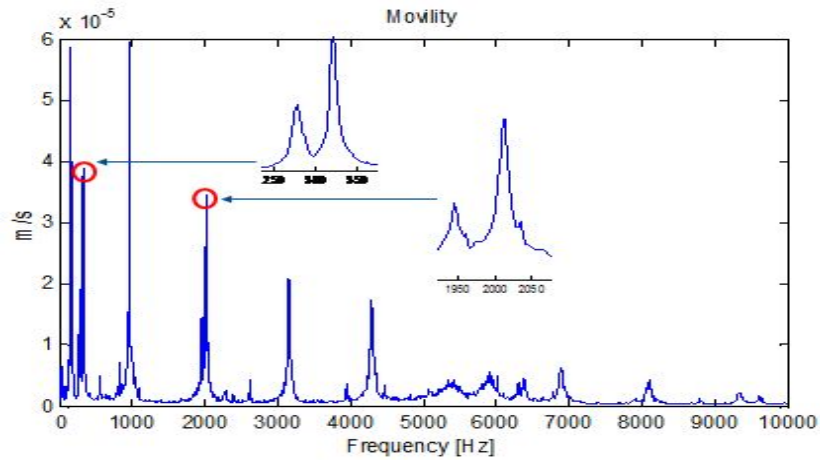


Figure 4.17. Angular and transversal modes (small and big peak respectively) that generate mode coupling.

#### 4.9 Simulation of Mode Coupling

In our simulated model of the brake disk in ANSYS, we found an unstable mode at a frequency of 6814 Hz, resulting from the coupling of a transversal mode and a rotational mode. The modal shape can be appreciated by the following figure.

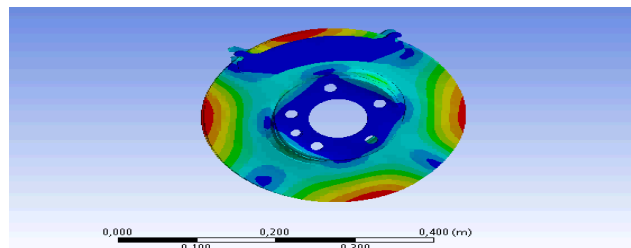


Figure 4.18. Modal shape of mode coupling.

## **5. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK**

### **5.1 Conclusions**

By the data obtained in the past procedures and experiments we can state that:

The only factors that may generate changes in both natural frequencies and mode shapes are differences in the main properties of the disc like stiffness, mass and changes in the ways of subjection.

Based on the mode parameters from the brake disc through experiments in different positions and always maintaining the same constraints in movement, similar natural frequencies and mode shapes were obtained for each of the experiments. Our computational models were based in the same material specification and with fixed values in elasticity to achieve the same dynamic behavior to vibrations in simulation, computing simulations that involve the rotor with brake pads considering friction and pressure to obtain the closest behavior to what would happen in real experimentation. The results we obtain answer to some points in our hypothesis, since instability cases occur in software;

- Mode Coupling between the brake pads and the brake disc occurs at 1.125 kHz due to the increment of the coefficient of friction, causing resonance and

instability in vibration, being this frequency in the range of the Low Squeal Noise.

- Mode Coupling between an angular mode and a transversal mode in the disc occurs at 6.814 kHz in a fixed value of friction, being this frequency in the range of the High Squeal Noise.

We couldn't find a case in which the simulation produced results for the case of Low Frequency Noise, although that may be another aspect we may be missing in the simulation.

Since we didn't implement a system to generate the torsional vibration, we couldn't prove experimentally if the values for the angular modes are correct, although we hope that with the implementation of the dynamometer we can obtain similar results to the ones we obtain in the simulation and in some small peaks in the transversal experiments.

## **5.2 Future Work**

The project presented was performed to start with a bigger and more complex idea: The implementation of a dynamometer in order to produce torsional vibration in a disc brake and study the noises in a disc due to the resonance action of its natural frequencies.

In order to achieve this, the project was planned in different sections, the first of them emphasizes in the study of the disc brake and its relation with the pressure applied by the breaking pads to produce the squealing noise; these ideas had to be taken as well as the analysis of different conditions in which the breaking system would be immerse; we are talking about Temperature. The whole study was realized in a static way, placing the brake disc in different conditions of freedom to identify different natural frequencies in it and classify those that may produce the squealing noise by a comparison and confirmation of the resulted data in an experimental and simulated way.

Once the information of the disc is known, the project will start its second section that will be the construction of a dynamometer owned by CENAM. The main reason of the dynamometer is to submit the brake into its natural working condition: rotation and torsional vibration.

The following tasks will be about performing a dynamic analysis of the disc and generate a procedure of analysis for brake discs in that way to apply it as another resource for the industries to get to know if their designs will produce the squealing noises and what different modifications they must do to eradicate it.




## REFERENCES

- Ambekar, A. G. (2006). *Mechanical Vibrations and Noise Engineering*. Nueva Delhi; Prentice Hall de India.
- Agilent Technologies (2000). *The Fundamentals of Modal Testing: Application Note 243 - 3*. Obtenido el 1 de Julio de 2014, desde <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5954-7957E.pdf>
- De Silva, C. W. (2006). *Vibration: Fundamentals and Practice*. Estados Unidos; CRC Press. Segunda Edición.
- Crocker, M. J. (2007). *Handbook of Noise and Vibration Control*. Estados Unidos; John Wiley & Sons.
- French, A.P. (1971). *Vibrations and Waves*. Estados Unidos; Editorial CRC Press.
- Gade, S., Herlufsen, H., Konstantin-Hansen, H. (1999). *Application Note: How to Determine the Modal Parameters of Simple Structures*. Dinamarca: Brüel & Kjær.
- He, J., Fu, Z. (2001). *Modal Analysis*. Reino Unido: Butterworth-Heinemann.
- Halliday & Resnick, Jearl Walker (2011) *Fundamental of Physics Volume 1, Part 2: Oscillation 9th Edition, Expanded Version*. United States. John Wiley and Sons Inc.
- Jean - J. Sinou, Louis J. (2007) *Mode coupling instability in friction-induced vibrations and its dependency on system parameters including damping*. France; Elsevier
- Mehta, J.S., Kailey, A.S. (2012). *Mechanical Vibrations*. Nueva Delhi; S. Chand & Company LTD.
- Scheffer, C., Girdhar, P. (2004). *Practical Machinery Vibration Analysis & Predictive Maintenance*. Reino Unido; Elsevier.
- Schroth, R., Hoffmann, N., Swift, R. (2003) *Mechanism of brake squeal – from theory to experimentally measured mode coupling*. Germany, United States; Robert Bosch


GmbH, Corporate Research and Development & Robert Bosch Corporation, Chassis  
Division.

## ANNEXES

*Martillo de Impacto – 8202, Brüel and Kjaer*

<p>Transductor de Fuerza Tipo 8200</p> <p>Sensibilidad de Carga: 4 pC/N (0.90 pC/lbf)</p> <p>Rango de Fuerza: 1000 N tenso a 5000 N compresivo</p> <p>Linealidad: &lt;math&gt;\pm 1\%&lt;/math&gt; de la fuerza máxima o &lt;math&gt;\pm 5\%&lt;/math&gt; de la fuerza medida, cualquiera que sea más pequeño</p>	
<p>Martillo</p> <p>Rango de Fuerza y duración cuando se impacta contra acero macizo usando:</p> <p><i>Punta de plástico:</i> 300 N a 1000N, 1ms a 0.5 ms</p> <p><i>Punta de goma:</i> 100 N a 700 N, 5 ms a 1.5 ms</p> <p><i>Punta de acero:</i> 500 N a 5000 N, 0.23 ms a 0.18 ms</p>	

*Acelerómetro – 4519-001, Brüel and Kjaer*

<p>Frecuencia: 0.5 - 20000 Hz</p> <p>Sensibilidad: 100 mV/g</p> <p>Temperatura: -51 – 100 °C</p> <p>Nivel de ruido residual en el rango del espectro de frecuencias (rms): <math>\pm 0.9</math> mg</p> <p>Máximo nivel de operación (pico): 50 g</p> <p>Máximo nivel de impacto: 3000 g</p> <p>Peso: 1.6 gramos</p> <p>Conexión eléctrica: M3</p> <p>Montaje: tornillo</p> <p>Frecuencia de resonancia: 60 kHz</p>	
--	---

*Código de Matlab para el procesamiento de datos*

```

%% Limpieza de Datos Anteriores -----
clear
close all
%% Parametros de adquisición de datos -----
F_S = 20000; %Frecuencia de muestreo
fNyquist = F_S / 2; %Frec. de Nyquist
N_S = 7000; %Numero de Muestras
dF = F_S/N_S;
T = (0:1/F_S:(N_S-1)/F_S)'; %Vector de Tiempo
min_freq = 100;
max_freq = 6000;
freq = linspace(0, fNyquist, N_S/2 + 1)'; %Vector de Frecuencia N_S/2+1
%% Cargar Datos -----
point = 1; %Punto en el mallado

if point > 3 %Este if facilita la búsqueda de datos en
    point = point-1; %la tabla de excel ya que no hay mediciones
end; %en el punto 3

data_xlx = char([point+64 49 58 point+64 49 48 48 48 48]);

if point > 2
    point = point+1;
end;

VF(:,1) = xlsread('VF.xlsx', 1, data_xlx); %Lectura de datos desde
VF(:,2) = xlsread('VF.xlsx', 2, data_xlx); %excel, un libro con
%mediciones del martillo de
%impacto y otro con mediciones
%del acelerometro

file_name = char ([86 70 95 point+48]);

save(file_name, 'VF'); %si los datos ya se han leído
%previamente, es mejor usar la
%función load y comentar lo demás
%de esta sección, solo tomando en
%cuenta el número de punto en el
%nombre del archivo
%load('VF_2.mat');
%% Procesamiento de la fuerza -----
force = (100)*VF(:,1); %La salida del acondicionador de
%señal es de 10 mV por Newton

[B,A] = butter(3, [5/25000 6000/25000]); %Filtro pasabanda de 5Hz a 6kHz
force = filter(B,A,force);

figure('Color','White')
subplot(3,4,1);
plot(T(1:200), force(1:200));
title('Fuerza Aplicada');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Fuerza [N]');

SPEC_H = fft(force, N_S); %Transformada de Fourier
SPEC_H = SPEC_H(1:N_S/2+1);

```

```

SPEC_H = SPEC_H/N_S;
SPEC_H(2:end) = 2*SPEC_H(2:end);
H_MAG = abs(SPEC_H);

subplot(3,4,5);
semilogx(freq, 20*log(H_MAG));
title('Espectro de la Fuerza');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud (dB)');
xlim([0 max_freq]);
%% Procesamiento de la aceleración -----
accel = 9.81*VF(:,2)*(10);           %La salida del acelerometro es de
%100 mV por g (9.81 m/s^2)

[B,A] = butter(3,[40/25000 7000/25000]); %Filtro pasabanda de 40Hz
accel = filter(B,A,accel);           %a 7kHz

subplot(3,4,2);
plot(T,accel);
title('Aceleración de la vibración');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Aceleración [m/s^{2}]');

SPEC_A = fft(accel, N_S);
SPEC_A = SPEC_A(1:N_S/2+1);
SPEC_A = SPEC_A/N_S;
SPEC_A(2:end) = 2*SPEC_A(2:end);
A_MAG = abs(SPEC_A);

subplot(3,4,6);
semilogx(freq, 20*log(A_MAG));
title('Espectro de la Aceleración');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud (dB)');
xlim([0 max_freq]);
%% Filtro Pasabajas para la aceleración ---
[B,A] = butter(20,0.8,'low');
data = filter(B,A,accel);

%% Velocidad -----
vel(N_S) = 0;
for n = 1:N_S-1
    vel(n+1) = vel(n)+(1/F_S)*data(n);
end;

subplot(3,4,3);
plot(T,vel);
title('Velocidad de la vibración');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Velocidad [m/s]');

SPEC_v = fft(vel, N_S);
SPEC_v = SPEC_v(1:N_S/2+1);
SPEC_v = SPEC_v/N_S;
SPEC_v(2:end) = 2*SPEC_v(2:end);

V_MAG = abs(SPEC_v)';

subplot(3,4,7);
semilogx(freq, 20*log10(V_MAG));
title('Espectro de la Velocidad');

```

```

xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 max_freq]);
%% Posición -----
pos(N_S) = 0;
for n = 1:N_S-1
    pos(n+1) = pos(n)+(1/F_S)*vel(n);
end;

subplot(3,4,4);
plot(T, pos);
title('Posición de la vibración');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Posición [m]');

SPEC_p = fft(pos, N_S);
SPEC_p = SPEC_p(1:N_S/2+1);
SPEC_p = SPEC_p/N_S;
SPEC_p(2:end) = 2*SPEC_p(2:end);

P_MAG = abs(SPEC_p)';

subplot(3,4,8);
semilogx(freq, 20*log10(P_MAG));
title('Espectro de la Posición');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% Acelerancia -----
accelerance = A_MAG./H_MAG;
subplot(3,4,10);
plot(freq, accelerance);
title('Acelerancia');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% Movilidad -----
mobility = V_MAG./H_MAG;
subplot(3,4,11);
plot(freq, mobility);
title('Movilidad');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% Receptancia -----
receptance = P_MAG./H_MAG;
subplot(3,4,12);
plot(freq, receptance);
title('Receptancia');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% FRF Compleja -----
SPEC_FRF = SPEC_A./SPEC_H;
%% Respuesta Coincidente -----
coincident = real(SPEC_FRF);
figure('Color','White')
plot(freq, coincident);
title('Respuesta Coincidente');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Re (FRF)');
xlim([0 6000]);

```

```

%% Frecuencia Natural -----
k = 1;
for n = round((N_S/2)*(min_freq/fNyquist)):round((N_S/2)*(max_freq/fNyquist))
    dif_coinc = abs(coincident(n+1) - coincident(n));
    div_coinc = coincident(n+1)/coincident(n);
    if dif_coinc > 0.4 && div_coinc < 0
    if abs(coincident(n+1)) < abs(coincident(n))
        f_n(k,:) = freq(n+1);
        N_f(k,:) = n+1;
    else
        f_n(k,:) = freq(n);
        N_f(k,:) = n;
    end;
    k = k + 1;
end;
end;
end;

%% Amortiguamiento -----
[pks_p,locs] = findpeaks(coincident,'MINPEAKHEIGHT',0.4,'MINPEAKDISTANCE',70);
locs_p = freq(locs);

coincident_n = - coincident;

[pks_n,locs] =
findpeaks(coincident_n,'MINPEAKHEIGHT',0.4,'MINPEAKDISTANCE',70);
locs_n = freq(locs);

pks = vertcat(pks_p, pks_n);
locs = vertcat(locs_p, locs_n);

for n = 1:length(f_n)
for e = 1:length(locs)
if (locs(e) > f_n(n)-18) && (f_n(n) > locs(e))
f_b(n,:) = locs(e);
elseif (locs(e) > f_n(n)) && (f_n(n)+18 > locs(e))
f_a(n,:) = locs(e);
end;
end;
end;

for n = 1:length(f_n)
if f_b(n) ~= 0
    damp(n,:) = ((f_a(n)/f_b(n))^2-1)/(2*((f_a(n)/f_b(n))^2+1));
end;
end;

%% Selección de Cuadratura -----
quadrature = imag(SPEC_FRF);

figure('Color','White')
plot(freq, quadrature);
title('Respuesta de Cuadratura');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Imag(FRF)');
xlim([0 6000]);

%% Coeficientes Modales -----
for n = 1:length(N_f)
    mode_coeff(n,:) = quadrature(N_f(n));
for k = 1:3
if(abs(quadrature(N_f(n)+k)) > abs(mode_coeff(n,:)))

```

```
        mode_coeff(n,:) = quadrature(N_f(n)+k);
end;
end
for k = -1:-3
if(abs(quadrature(N_f(n)+k)) > abs(mode_coeff(n,:)))
        mode_coeff(n,:) = quadrature(N_f(n)+k);
end;
end
end;

figure('Color','White')
plot(freq, mobility/100);
title('Movility');
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('m/s');
xlim([0 10000]);

clear AA_MAGBF_SH_MAGN_SP_MAGSPEC_ASPEC_FRFN_fSPEC_HSPEC_p...
SPEC_vTV_MAGaccelaccelerancecoincidentcoincident_ndF...
dif_coincdiv_coincefNyquistf_af_bforcefreqlim_freqlocs...
locs_nlocs_pmobilitydatanpkspks_npkspks_posquadrature...
receptancevelmax_freqmin_freq
```





**Centro Nacional de Metrología**  
Dirección de Vibraciones y Acústica

## **Análisis Dinámico y Medición de Magnitudes Mecánicas Dinámicas de Subsistemas de Transmisión de Potencia**

Protocolo de Proyecto

Presenta  
González García Ángel Iván  
Hernández León Lizbeth  
Pacheco Ugalde Roberto Aarón

Santiago de Querétaro, Julio, 2014

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCION.....</b>	<b>5</b>
1.1. Antecedentes.....	6
1.2. Justificación.....	8
<b>2. ASPECTOS METODOLOGICOS.....</b>	<b>9</b>
2.1. Delimitación del objeto de estudio.....	9
2.2. Objetivo.....	9
2.3. Hipótesis de investigación.....	10
2.4. Propósito de la investigación.....	11
2.5. Método.....	12
<b>3. MARCO TEORICO.....</b>	<b>19</b>
3.1. Teoría de Vibraciones.....	13
3.2. Capítulo II.....	25
3.3. Capítulo III.....	29
3.4. Capítulo IV.....	37
<b>4. RESULTADOS.....</b>	<b>67</b>
<b>5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.....</b>	<b>68</b>
<b>6. CRONOGRAMA.....</b>	<b>70</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>73</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>76</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. <i>Diagrama de Flujo del Método de Investigación para el desarrollo del Horno.</i>	.....16
Figura 2.2. <i>Mapa mental de la investigación.</i>	.....18
Figura 3.1. <i>Diagrama de bloques de un Sistema de Control por computador que incluye los convertidores de señales.</i>	.....20
Figura 3.2. <i>Las señales de la parte analógica son continuas en el sistema de control, mientras que las digitales cambian en un determinado tiempo.</i>	.....21
Figura 3.3. <i>Variación de una señal discreta a lo largo del tiempo.</i>	.....22
Figura 3.4. <i>Proceso de Soldadura.</i>	.....26
Figura 3.5. <i>Método de soldadura por ola.</i>	.....26
Figura 3.6. <i>Control de Temperatura.</i>	.....30
Figura 3.7. <i>Protocolo de Interfaz Serial.</i>	.....31
Figura 3.8. <i>Esquemático para el MAX31855.</i>	.....32
Figura 3.9. <i>Diagrama a bloques para la implementación del MAX31855.</i>	.....32
Figura 3.10. <i>Diagrama a bloques para la implementación del control PID.</i>	.....35
Figura 3.11. <i>Circuito comparador de histéresis dinámica para detector de cruce por cero.</i>	.....37
Figura 3.12. <i>Perfil de Temperatura para un horno de soldadura.</i>	.....41
Figura 3.13. <i>Modelo de Enlaces de Cadena.</i>	.....49
Figura 3.14. <i>Modelo de Marquis.</i>	.....49
Figura 3.15. <i>Categorías de la Creatividad.</i>	.....61

**ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 2.1. <i>Delimitadores del tema.</i>	.....8
Tabla 3.1. <i>Lectura del chip MAX31855.</i>	.....32
Tabla 3.2. <i>Puntos de Fundición en los metales usados en soldaduras.</i>	.....38
Tabla 3.3. <i>Puntos de Fundición en aleaciones usadas en soldaduras.</i>	.....39
Tabla 3.4. <i>Tipos de termopares y sus características.</i>	.....44
Tabla 3.5. <i>Áreas de Conocimiento reflejadas en la innovación.</i>	.....48

## **GLOSARIO DE ABREVIATURAS**

*FPGA*. Field Programmable Gate Array, Arreglo de compuertas programables de campo.

*SMD*. Surface Mount Device, Dispositivo de montaje superficial.

*PCB*. Printed Circuit Board, Tarjeta de circuito impreso.

*SSR*. Solid State Relay, Relevador de estado sólido.

**RESUMEN**

Muchos sistemas físicos presentan movimiento y vibración por lo que para entender sus comportamientos en este sentido es necesario hacer un análisis dinámico, siendo un punto importante para la investigación y banco de pruebas de muchas industrias y laboratorios que buscan conocer el rendimiento de sus diseños. Este es el caso de un disco de frenos en el cual se necesita saber su comportamiento frente a las vibraciones que ocurren de manera torsional en un vehículo debido al movimiento rotacional, haciendo primero pruebas modales para conocer los parámetros dinámicos del disco y luego mediante el uso del software ANSYS su comportamiento dinámico ante vibraciones torsionales.

**ABSTRACT**

Many physical systems present movement and vibration so in order to understand their behaviors in this meaning it's necessary to perform a dynamic analysis, being an important point for investigation and testing bench of many industries and laboratories who are seeking to know the performance of their designs. This is the case of a disc brake in which it's need to know it's behavior to vibrations which occur in a torsional way in a vehicle due to the rotational movement, making modal testing first to know the dynamic parameters of the disc and then through the use of the software ANSYS its dynamic behavior to torsional vibrations.

## **1. INTRODUCCIÓN**

El propósito de este protocolo es presentar las bases fundamentales así como el desarrollo necesario para el análisis dinámico de un disco de frenado y el uso del software ANSYS para pruebas de vibración torsional en un modelo del disco, abarcando los aspectos fundamentales para entender este tema, así como responder a preguntas de investigación del proyecto y presentar los resultados obtenidos en el transcurso del mismo, siendo los temas principales sistemas dinámicos, vibración, análisis modal, respuesta en frecuencia y otros, esperando que el lector este familiarizado con estos aspectos aunque se da una explicación extensa de algunos puntos importantes para que sean lo más entendibles, quedando también en disposición del lector las referencias de todos los temas de los que se habla aquí; el objetivo de esta documentación es el de transmitir ideas claras del proceso de análisis dinámico, así como de referencia para futuros trabajos.

De igual manera se puede encontrar algunos diagramas, figuras y tablas que pueden mejorar el entendimiento del lector acerca de lo que se está explicando en estas páginas y que también pueden ser de ayuda en otros proyectos que compartan metas similares, esperando que el lector pueda tener este documento como una referencia valiosa.

Este trabajo se desarrolló como parte del programa Bicultural de Alcance Industrial por parte del Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado de Querétaro (CONCyTEQ) y el Centro Nacional de Metrología (CENAM), en el cuál cuatro estudiantes de las Universidades de Querétaro (Iván González de la UAQ, Lizbeth Hernández de la UTEQ, Mauricio del ITQ y Roberto Ugalde de la UTSJR) colaboraron con el estudiante Antonio

Loquercio de la Universidad Tor Vergata de Roma junto con el CENAM para trabajar en el proyecto aquí expuesto.

### **1.1. ANTECEDENTES**

El CENAM es el laboratorio encargado de toda la materia de mediciones a nivel nacional al ser la referencia de todos los estándares de medición, ya que su trabajo es establecer y mantener los patrones nacionales, además de ofrecer servicios de calibración y certificación de instrumentos, patrones y materiales de referencia, manteniendo un estrecho contacto con otros laboratorios e industrias.

Dentro del CENAM existen diversas áreas; el área de metrología eléctrica, metrología física, metrología de materiales y metrología mecánica, y dentro del área de metrología física se encuentra la dirección de vibraciones y acústica, la cual cuenta con el patrón nacional de vibración el cual se divide en dos sistemas; uno para altas frecuencias y otro para bajas frecuencias. El patrón de altas frecuencias se basa en un interferómetro de Michelson y un excitador, de tal manera que se puede comparar su medición con un sensor de vibración, como un acelerómetro, con el desplazamiento detectado por la diferencia de fases en la forma de onda producida por el espectro de luz generado por el láser que es del orden de los 600 nanómetros, siendo muy preciso para los desplazamientos a alta frecuencia que produce el excitador. El sistema de baja frecuencia cuenta con un sistema de masa suspendida la cual se golpea con un martillo de impacto el cual registra la fuerza ejercida sobre la masa, calculando la aceleración obtenida con un acelerómetro patrón.

La transmisión de potencia y la vibración torsional son temas de importancia para los Laboratorios Nacionales Metrología y diversas industrias, automotrices y aeronáuticas,



por lo cual el CENAM está integrando un proyecto para el establecimiento de un “Sistema de Referencia Primario para Magnitudes Dinámicas”, teniendo como introducción para este proyecto el establecimiento de un “Dinamómetro para generación de vibración torsional en elementos de transmisión de potencia”.

Las pruebas para este dinamómetro se harán con un disco de frenado, el cual requiere previamente de un análisis dinámico, por lo cual este proyecto abarca las pruebas de impacto para hacer un análisis modal y obtener los parámetros dinámicos necesarios para posteriormente realizar simulaciones de vibración torsional.

## **1.2. JUSTIFICACIÓN**

Los proyectos que requieren de un análisis de vibración torsional son cada vez más demandantes por parte de la industria aeronáutica y automotriz, y ya sea por falta de tiempo o dinero estas industrias no pueden establecer laboratorios dedicados a este tema, por lo cual recurren a instituciones como el CENAM para poder solventar sus necesidades de investigación y a la vez por el respaldo que el CENAM tiene por ser la institución patrón en metrología a nivel nacional. Nuestro caso específico son los discos de frenado, ya que estos siempre han tenido un problema en lo que se refiere al ruido o rechinos que este genera cuando se aplica presión a las almohadillas de la mordaza en el rotor de un automóvil, lo cual es un inconveniente para el usuario del automóvil y para el fabricante en términos de garantía de su producto, por lo cual se han desarrollado bastantes estudios acerca del análisis de rechinado generado por frenado en los automóviles.

El CENAM requiere del análisis de disco de frenado para encontrar sus parámetros modales y las posibles frecuencias generadoras de resonancia e inestabilidad en el sistema culpables de la producción de ruido a través de varias pruebas experimentales con equipo calibrado por el CENAM, además de la creación de modelos para la simulación de las pruebas modales y el acoplamiento de modos, siendo un proceso solicitado por empresas que se dedican a la manufactura de discos de frenado y a su distribución para varias ensambladoras de autos.

Lo importante es identificar los factores que ocasionan el rechinado de frenos ocasionado por fenómenos de resonancia, ya que la industria automotriz requiere caracterizar el comportamiento dinámico de forma experimental de los sistemas de frenos. Además con este proyecto se busca mejorar la capacidad de investigación y trabajo de alumnos universitarios que forman parte del proyecto bicultural de alcance industrial por parte del CONCYTEQ ante problemáticas actuales de la industria.

## 2. ASPECTOS METODOLOGICOS

### 2.1. Delimitación del objeto de estudio

Tabla 2.1

#### *Delimitadores del Tema*

<b>Delimitador</b>	Redacción del Tema
Delimitador temporal:	2 de Junio de 2014 – 25 de Julio de 2014
Delimitador espacial:	Centro Nacional de Metrología (CENAM), Querétaro, México.
Delimitador demográfico:	Alumnos del Programa Bicultural de Alcance Industrial y personal y directivos del Departamento de Vibraciones y Acústica en el CENAM
Delimitador analítico:	Caracterizar el comportamiento dinámico de un disco de frenado mediante el uso de un dinamómetro, y obtener las frecuencias que producen el acoplamiento de modos y ruido en el frenado.
Delimitador teórico:	Teoría de Vibraciones, Análisis Modal, Sistemas Dinámicos, Acústica

### 2.2. Objetivo

*Objetivo general:*

Obtener el comportamiento dinámico de un disco de freno mediante pruebas modales, y obtener las frecuencias causantes del acoplamiento de modos para descubrir las causas del ruido y rechinado producido a bajas y altas frecuencias de resonancia.

*Objetivo específicos:*

- Correlacionar la teoría de vibraciones con la teoría de análisis modal para poder entender y desarrollar un análisis modal en el disco de frenado.
- Fundamentar la parte analítica de las pruebas modales en base a la teoría e investigación expuesta de diversos autores.
- Trabajar en un sistema de adquisición para las pruebas de impacto, así como en software para el procesamiento de los datos.
- Contrastar el uso de los modelos asistidos por computadora contra los datos obtenidos experimentalmente en pruebas modales.
- Familiarizarse con el funcionamiento y características de los vibrómetro laser para pruebas de vibración.
- Hacer el análisis correspondiente para detectar la fuente que produce el rechinado en el disco.

**2.3. Hipótesis de investigación**

Los ruidos que se producen en el disco de frenado se pueden separar tres categorías; ruido a baja frecuencia (menos de 1kHz), rechinado de baja frecuencia (entre 1kHz y 5 kHz), y rechinado de alta frecuencia (mayor a 5 kHz), y sus causas pueden ser la

excitación de material debido a la fricción en el rotor y a los materiales que recubren al disco.

#### ***2.4. Propósito de la investigación***

El propósito del proyecto se basa en montar el disco en diferentes estructuras para el análisis de manera transversal y angular, tanto con pruebas de martillo de impacto como con un vibrómetro laser Polytec de un disco de freno automotriz. Cabe mencionar que las pruebas experimentales se harán solamente con la excitación del martillo de impacto o de un agitador de vibraciones, ya que el disco no estará en movimiento por alguna otra excitación..

Es un proyecto de 5 alumnos universitarios, los cuales son

- González García Ángel Iván de la Universidad Autónoma de Querétaro con carrera en Ingeniería en Automatización.
- Hernández León Lizbeth de la Universidad Tecnológica de Querétaro con carrera en Ingeniería en Automatización.
- Loquercio Antonio de la Universidad de Tor Vergata con carrera en Ingeniería en Ciencias.
- Mauricio del Instituto Tecnológico de Querétaro con carrera en Ingeniería Mecánica.
- Pacheco Ugalde Roberto Aarón de la Universidad Tecnológica de San Juan del Río con carrera en Ingeniería en Mecatrónica.

Con la asesoría del M. en C. Guillermo Silva Pineda y del M. en C. Aldo Adrián García González. Los conceptos aquí vistos se basaran en la teoría de vibraciones y su implementación en el análisis modal.

La duración del proyecto es de dos meses; del 2 de Junio al 25 de Julio de 2014. No hay un costo estimado del proyecto ya que todo el material e instrumentación se encuentra en el CENAM. La mano de obra se basa en el trabajo que realizaremos los alumnos del programa bicultural, lo cual tampoco implica costos para el CENAM. Los costos indirectos como el transporte y la comida son solventados por el CONCYTEQ.

Con este proyecto se beneficiara al departamento de Vibraciones y Acústica del Centro Nacional de Metrología, ya que permitirá que se haga el análisis de vibración torsional en sistemas de transmisión de potencia con la calidad de un patrón de medición que mejorara el análisis para mejor desempeño de elementos de transmisión, tal como en los discos de frenando para reducir el ruido y rechinos.

### ***2.5. Método***

El método de investigación que se propone es el de investigación teoría, y a través de la prueba y error obtener resultados que concuerden con la realidad del problema. Al inicio del proyecto se tiene que tener claros los conceptos de vibración y análisis modal por parte de los alumnos del programa bicultural, por lo que hay que definir antecedentes de análisis modal y de sistemas de procesamiento de datos, así como de vibrometros laser y modelado de sistemas en computadora. Con estos conocimientos se puede empezar a montar un sistema de adquisición de datos para hacer pruebas de impacto y poder obtener un análisis modal del disco de frenado, utilizando métodos computacionales

para la obtención de los parámetros dinámicos de una forma metódica, que si bien no es lo más práctico, sirve como práctica para la introducción del análisis modal.

Después se procederá a desarrollar modelos computacionales en software CAD tal como Solidworks o Inventor para posteriormente analizar dichos modelos en ANSYS en pruebas modales y así comparar los resultados con los obtenidos de manera práctica.

Posteriormente se hará la medición de las vibraciones en el disco de frenado a través de técnicas más sofisticadas y prácticas para resultados más precisos con el uso del vibrómetro laser, ya que los alumnos contarán con un conocimiento más profundo del análisis modal, para finalmente poder hacer una descripción del comportamiento dinámico de los sistemas de frenos automotrices para poder determinar las causas del ruido y rechinido en el frenado.

### 3. MARCO TEORICO

#### 3.1. Teoría de Vibraciones

##### 3.1.1 ¿Cómo percibimos la vibración?

De acuerdo a French (1971) las oscilaciones o vibraciones en sistemas mecánicos constituyen uno de los campos más importantes de estudio en la física. Muchos sistemas cuenta con una capacidad para vibrar, pudiendo muchos de ellos vibrar libremente en una gran cantidad de maneras, y hablando de una manera muy generalizada y con cierto sentido lógico podemos decir que los cuerpos pequeños vibran naturalmente de una manera rápida, mientras que los cuerpos grandes lo hacen de una manera lenta. La cuerda de una guitarra al ser tensada por ejemplo vibra muchas veces por segundo produciendo una nota audible que puede durar segundos, mientras que la tierra al ser afectada por un terremoto puede continuar vibrando a una tasa de una oscilación por hora.

Lo que engloba todos estos casos es la periodicidad de la vibración, ya que hay un patrón de movimiento que se repite una y otra vez mientras la vibración del cuerpo ocurre, y esta puede ser simple o complicada.

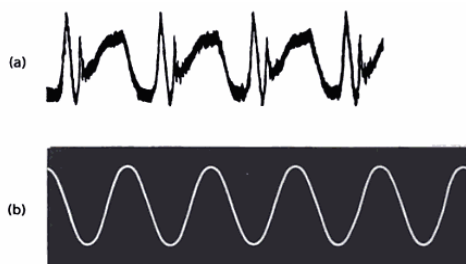


Figura 3.1.(a) *Latidos del corazón de un gato.* (b) *Oscilaciones producidas de un diapasón.* Fuente: French (1971, pg. 4).

El movimiento de vibración de un cuerpo rígido en el espacio se puede describir mediante la combinación de seis diferentes movimientos; tres en traslación en



direcciones mutuamente ortogonales y tres de rotación alrededor de los tres ejes de traslación.

La vibración puede ser un elemento deseado y otras veces no, al igual que el ruido que produce un violín y el ruido que produce un generador de aire acondicionado, sin embargo existe inherentemente en todas las máquinas y sus componentes de transmisión de movimiento, indicando en la mayoría de las veces problemas en la máquina debido al movimiento de las partes individuales que rotan, oscilan, o tienen movimiento recíprocante.

De acuerdo con Ambekar (2006) la ocurrencia de vibración en una máquina es usualmente debida a fallas menores que resultan de la manufactura y limitaciones de material. Algunas de las causas comunes de vibración son:

1. Desbalance: Distribución desigual de masa en un miembro rotacional es la causa de desbalance; lo cual lleva a fuerza centrífugas en direcciones radiales.
2. Desalineación: En algunas industrias, el desalineamiento de miembros rotacionales es una causa común de vibración. El desalineamiento existe en una flecha tanto en respecto de sus baleros o de otro modo, puede haber un desalineamiento entre dos flechas conectadas. En cualquier caso, el desalineamiento de una flecha lleva a precarga unidireccional en el rotor.
3. Soltura: En una máquina rotacional, fundaciones sueltas, restricciones sueltas de baleros y holguras excesivas de baleros constituyen algunos de los casos de problemas severos de vibración.
4. Fricción seca entre dos superficies de frotado: La fricción seca entre dos superficies de frotado es responsable por ser un tipo de vibración auto-excitada.

Los análisis de vibración por lo general recurren a la transformada de Fourier, la cual descompone el contenido de una señal por más compleja que sea a señales sinusoidales en todo el espectro de frecuencia, donde la amplitud de estas es el indicador de los componentes más importantes en frecuencia para la señal, mostrando la amplitud de vibración como una función de la frecuencia (espectro de la vibración). El análisis de la vibración compleja hace posible identificar las fuentes individuales de la vibración.

### 3.1.2 Representación del Movimiento Armónico

Se dice que un cuerpo presenta un *movimiento armónico simple*(MAS) cuando oscila cerca de la posición de equilibrio media (PEM) con su aceleración siempre dirigida hacia y proporcional al desplazamiento desde la PEM. Sea un punto  $P$  moviéndose alrededor de un círculo con velocidad angular uniforme  $\omega$  y  $M$  el pie de la línea perpendicular  $PM$  que baja de  $P$  sobre un diámetro horizontal. Como se ve en la figura 3.2, cuando un punto  $P$  se mueve alrededor del arco de un círculo, el movimiento del pie de la línea perpendicular sobre un diámetro, que coincide con el eje  $x$ , es un armónico simple.

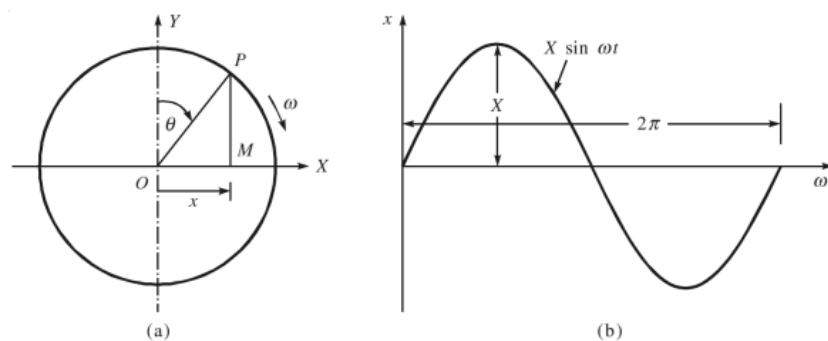


Figura 3.2. *Movimiento Harmonico como proyección de un punto moviendose alrededor de un circulo.*

Fuente: Ambekar (2006, pg. 5).

Sea representado el movimiento armónico en términos del vector OP, teniendo una magnitud uniforme  $X$  y rotando a velocidad angular uniforme  $\omega$  en sentido de las manecillas del reloj. Usando un eje y positivo como eje de referencia, la locación angular en el tiempo  $t$  del vector de rotación siendo medido por  $\theta(= \omega t)$ . La proyección OM del vector rotacional sobre el eje x positivo está dado por

$$x(t) = X \sin(\omega t)$$

La cantidad  $\omega$  es llamada la frecuencia angular y es expresada en radianes por segundo. Para ejemplificar el movimiento armónico simple y apreciar las vibraciones, imaginemos el movimiento de un peso suspendido en un resorte en una dirección. Si no existiera fricción en el sistema, la oscilación permanecería a la misma frecuencia y amplitud por siempre.

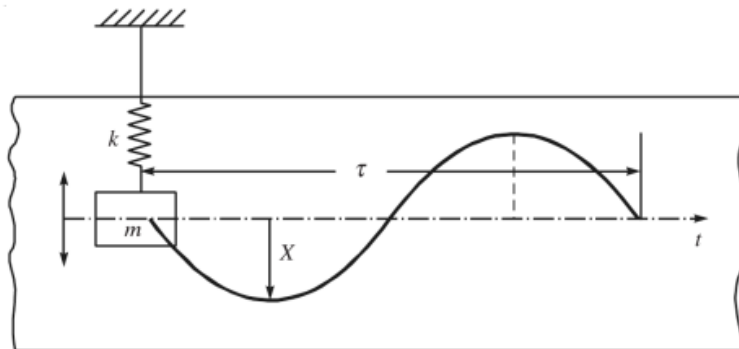


Figura 3.3. Demostración experimental de movimiento simple armonico. Fuente: Ambekar (2006, pg. 8).

### 3.1.3 Resonancia

Un fenómeno de profunda importancia para la física, que ocurre cuando un sistema tal – un oscilador físico – es sujeto a una fuerza periódica por un agente externo, siendo la palabra clave “resonancia”. Tomemos en cuenta que el agente externo produce una fuerza periódica de amplitud constante pero de frecuencia variable, esto produce

resultados diversos en el oscilador físico dependiendo de la frecuencia. En particular, si la frecuencia externa se acerca a la frecuencia natural del oscilador físico, entonces la amplitud en el oscilador físico se puede alargar notoriamente al aplicar repetidamente una fuerza muy pequeña de parte del agente externo. Esto es lo que se conoce como “resonancia”. Una fuerza del mismo tamaño con frecuencias un poco arriba o un poco debajo de la de resonancia produciría una amplitud que permanecería un poco más pequeña a la producida por la frecuencia de resonancia.

### 3.1.4 Frecuencia Natural

Las partes elementales de un sistema vibratorio son resortes, masas y amortiguadores, y a su vez los sistemas mecánicos se pueden clasificar como sistemas amortiguados o no amortiguado, pudiendo ser este viscoso o estructural.

Para explicar la presencia de la frecuencia natural en los sistemas vibratorios, analicemos un sistema mecánico “masa-resorte-amortiguador” de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso en vibración forzada como el de la figura 3.4.

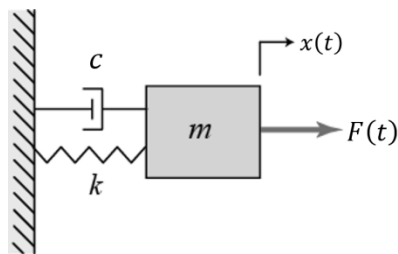


Figura 3.4. Sistema dinámico de un grado de libertad.

Al plantear la ecuación de movimiento de este sistema obtenemos

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

Donde  $m$  es la masa,  $c$  la constante de amortiguamiento del amortiguador,  $k$  la constante de elástica del resorte,  $x(t)$  la posición de la masa en el tiempo y  $F(t)$  la fuerza aplicada

al sistema en el tiempo. Para simplificar el análisis apliquemos la transformada de Laplace

$$ms^2X(s) + csX(s) + kX(s) = F(s) \rightarrow [ms^2 + cs + k]X(s) = F(s)$$

Al hacer la división cruzada, obtenemos la función de transferencia del sistema (salida entre entrada).

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Ahora necesitamos obtener la respuesta en frecuencia de este sistema, es decir su respuesta ante una señal periódica como una señal sinusoidal, y por lo tanto sustituimos  $s$  (frecuencia angular compleja) por solo la frecuencia angular

$$s \rightarrow j\omega$$

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{m(j\omega)^2 + jc\omega + k} = \frac{k - m\omega^2 - jc\omega}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}$$

Al ser la respuesta en frecuencia un número complejo, podemos representarla como magnitud y fase

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \left| \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right| \angle \varphi$$

$$\left| \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = \sqrt{\operatorname{Re} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}^2 + \operatorname{Im} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}^2} = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\operatorname{Im} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \right\}} = \tan^{-1} \frac{-c\omega}{k - m\omega^2}$$

Al graficar la magnitud y la fase del sistema contra la frecuencia en escala semilogarítmica obtenemos las gráficas de Bode. Por el momento solo preocupémonos por la magnitud del sistema como se puede ver en la figura 3.5.

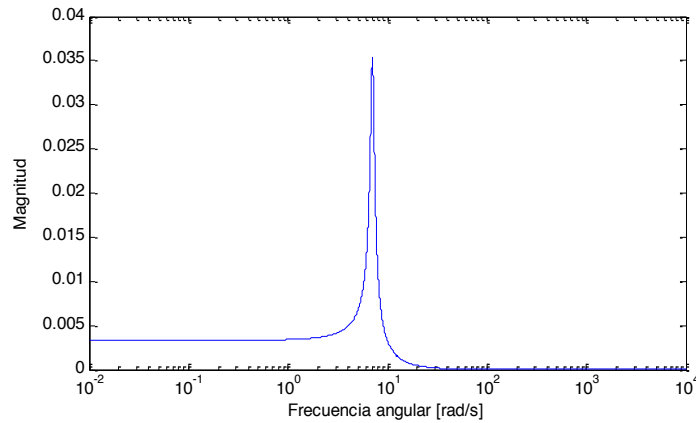


Figura 3.5. *Magnitud de la respuesta en frecuencia del sistema dinámico de un grado de libertad.*

Como podemos observar a lo largo del espectro de frecuencia hay un pico el cual representa el máximo movimiento del sistema cuando es excitado con una señal oscilatoria externa de determinada frecuencia, dándose el fenómeno de “resonancia” que habíamos comentado previamente. Esa es la frecuencia natural del sistema, y está presente en todas las estructuras de sistemas físicos que manejamos diariamente, pero estos ya no simplemente manejan un grado de libertad, sino varios, y por lo tanto presentaran varias frecuencias naturales, por ello las máquinas son mucho más complejas que el sistema que acabamos de analizar ya que cuando se aplica una fuerza no se mueven como un todo, por lo cual existen técnicas para predecir como una estructura responderá a una fuerza determinada, y conociendo la respuesta de la estructura podemos proponer cambios en sus diseño para mejorar su rendimiento.

### 3.1.4 Sistema Mecánico de un grado libertad

Los efectos de la masa, amortiguador y resorte en el sistema mecánico se ven influenciados por la frecuencia con la que se excita el sistema, por lo que es importante que también analicemos como va evolucionando el comportamiento de estos elementos. En la figura 3.6 podemos ver el dibujo del mismo sistema que analizamos en la sección anterior, pero ahora vamos a tener una señal sinusoidal de posición como entrada, y al derivarla obtenemos velocidad y aceleración. La señal de velocidad está desfasada  $-\frac{\pi}{2}$  radianes de la señal de posición, y la señal de aceleración  $-\pi$  radianes respectivamente, y al multiplicar por los coeficientes de masa, rigidez y amortiguamiento, obtenemos las fuerzas correspondientes, las cuales podemos ver en un diagrama de cuerpo libre en donde para mantener el sistema en balance de fuerzas se tiene que tener una fuerza que sea de misma magnitud y de dirección contraria a la suma de las tres fuerzas generadas por el movimiento.

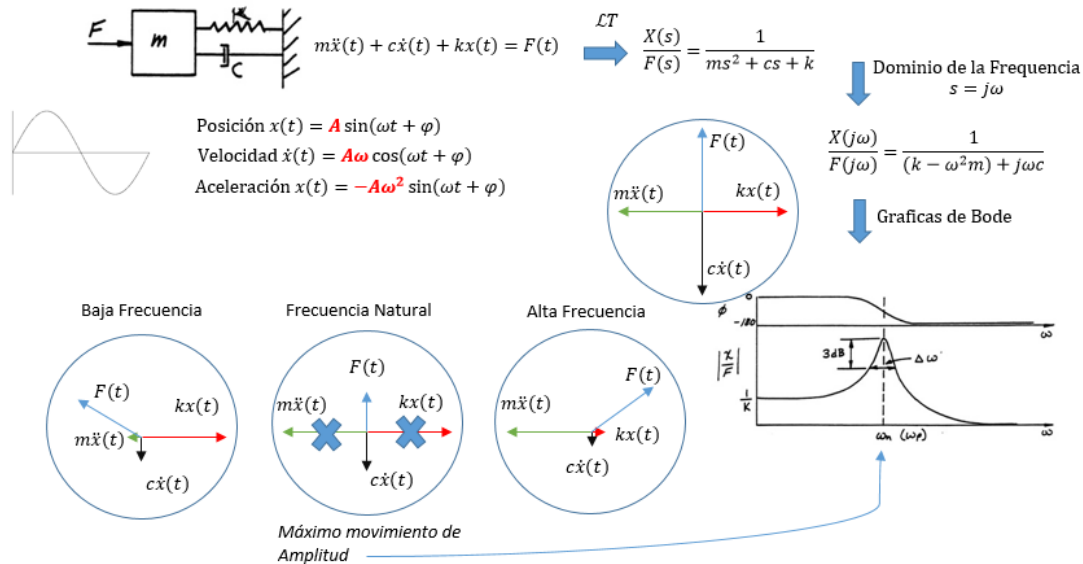


Figura 3.6. Comportamiento de los componentes en un sistema mecánico.

A bajas frecuencias la velocidad y aceleración tienen una magnitud muy despreciable por lo que la fuerza predominante es la generada por el resorte, mientras que en la frecuencia natural la magnitud de fuerza de inercia y fuerza elástica son iguales pero de signo contrario, por lo que se anulan entre ellas, dejando solamente la fuerza de amortiguamiento, permitiendo al sistema una mayor libertad para moverse tal como se explicó en el apartado de frecuencia natural. Para altas frecuencias la situación se invierte y ahora la fuerza inercial es la predominante, y aunque la fuerza ejercida sea bastante grande el movimiento se atenúa hasta ser casi nulo (gráfica de Bode de magnitud), por ello objetos grandes perciben vibraciones a bajas frecuencias, ya que a altas frecuencias casi no perciben movimiento.

### ***3.1.5 Tipos de Vibraciones***

De acuerdo con Crocker (2007) las vibraciones pueden clasificarse en dos tipos; lineales y no lineales. En una vibración lineal, hay una relación lineal entre, por ejemplo, una fuerza aplicada y la respuesta resultante vibratoria. Si la fuerza se duplica, la respuesta se duplica. Además, si la fuerza es armónica de una frecuencia sencilla, la respuesta será armónica de la misma frecuencia. Esto significa que el principio de superposición es generalmente aplicable para vibraciones lineales. No se pueden tener tales condiciones generales para vibraciones no-lineales, aunque se pueden suponer lineales para vibraciones muy pequeñas, ya que las técnicas para el análisis de sistemas no lineales son menos conocidas y difíciles de aplicar, aunque su estudio es muy importante porque todos los sistemas tienden a volverse no lineales cuando crece la amplitud de oscilación.



### ***3.1.4 Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform - FFT)***

La vibración de una maquina es un movimiento físico. De acuerdo con Scheffer (2005), elementos sensibles a la vibración convierten este movimiento en una señal eléctrica, que luego pasa a bases de datos o analizadores, los cuales procesan la señal para obtener la FFT y otros parámetros. El procesamiento de las señales nos provee de la información necesaria para acondicionar el monitoreo de la información y obtener la salida final relevante, y generalmente involucra los siguiente procesos:

- Entrada de señal analógica
- Filtro anti-alias. Es un filtro pasa bajas cuya frecuencia de corte es la mitad de la velocidad de muestreo, como es dictado por el Teorema de Nyquist para el muestreo, el cual dicta; “Si no queremos perder información contenida en una señal muestreada, debemos muestrear a una frecuencia de por lo menos dos veces el componente de más alta frecuencia de interés”. El no hacer esto produce Aliasing, un fenómeno que produce ondas de baja frecuencia en los datos muestreados, lo cual modifica indeseablemente la señal original.
- Convertido analógico-digital. Dado que la señal eléctrica obtenida del transductor de vibración es totalmente analógica y la mayoría del procesamiento es digital (información en bits), se requiere de un convertidor analógico-digital, del cual depende la resolución de la señal digital y la velocidad de muestreo.
- Ventanas. Estas pueden ser pensadas como una manera de llenar las discontinuidades en los datos al forzar los datos muestreados a valer cero al inicio y final del periodo de muestreo (o ventana de tiempo), y de esta manera hacer parecer que el periodo muestreado es continuo. Cuando a la señal no se le

aplica una ventana y es discontinua, un “error de fuga” ocurre cuando el algoritmo FFT es aplicado.

- FFT
- Promedio. Su propósito es el de obtener más resultados repetitivos, y también hace la interpretación de señales complejas y ruidosas más fácil.
- Almacenamiento y despliegue de la información

Una vibración o respuesta del sistema puede ser representada por la amplitud del desplazamiento, velocidad o aceleración en ambos dominios del tiempo o de la frecuencia. El dominio del tiempo se basa en la amplitud de la señal que varía con el tiempo, mientras que el dominio de la frecuencia muestra las amplitudes como series de senos y cosenos, las cuales tienen una magnitud y una fase, variando sus valores con frecuencia.

La medición de las vibraciones son siempre de una manera análoga (dominio del tiempo), y necesitan ser transformadas al dominio de la frecuencia para obtener información relevante, siendo este el propósito de la transformada rápida de Fourier (FFT).

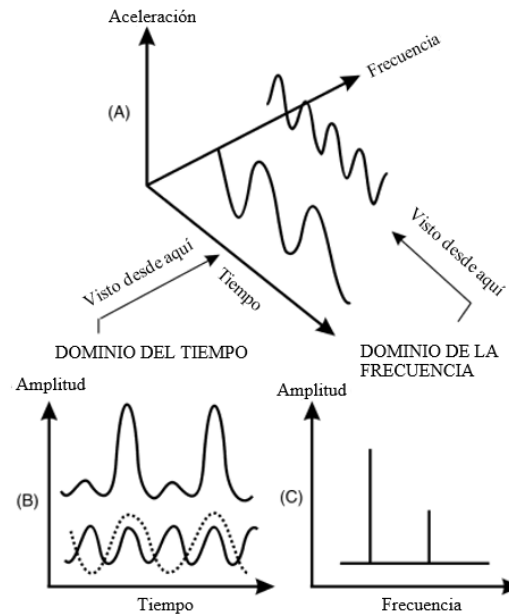


Figura 3.7. Transformada de Fourier. Fuente: Scheffer (2004, pg. 56) .

Como podemos ver en la figura 3.7, una señal en el tiempo puede ser representada por las suma de señales sinusoidales de diferente amplitud, fase y frecuencia, y la FFT es la encargada de obtener estos parámetros, pudiendo después obtener graficas de amplitud y fase contra frecuencia que nos son útiles para el análisis que se esté realizando.

### 3.2. Transductores de Vibración

#### 3.2.1. Clasificación de los Transductores

Los transductores son empleados en analisis de vibración para convertir energía mecánica en energía eléctrica; es decir, producen una señal eléctrica la cual es una función de la vibración mecánica. El elemento sensor provee una salida proporcional al nivel de la vibración siendo monitoreado. La salida dependera del tipo de sensor que sea usado.

Los transductores de vibración pueden ser clasificados dentro de las siguientes categorías basadas en las siguientes consideraciones:

- i. Parametros a ser medidos
  - a. Posición
  - b. Velocidad
  - c. Aceleración
- ii. Salida electrica
  - a. Pasiva
  - b. Activa
- iii. Tipo de Salida
  - a. Relativa
  - b. Absoluta
- iv. Proximidad del transductor a el objeto vibrante
  - a. Contacto
  - b. No-contacto

### ***3.2.2. Desplazamiento, velocidad y posición.***

De una manera sencilla, el desplazamiento causado por una señal de vibración puede ser representada por una señal harmónica

$$x(t) = A \sin \omega t$$

Al aplicar la derivación, tenemos velocidad y aceleración descritas por

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos \omega t$$

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \sin \omega t$$

Las ecuaciones anteriores, muestran como los componentes de desplazamiento, velocidad y aceleración de una señal compleja son dependientes sobre la frecuencia angular  $\omega$ . Así la amplitud de la velocidad es proporcional a la frecuencia y la de la

aceleración al cuadrado de frecuencia. Como lo analizamos en el capítulo anterior, cualquier sistema vibratorio puede ser descrito mediante la ecuación

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

La magnitud relativa de las varias fuerzas (inercial, de amortiguamiento y elástica) depende de la frecuencia. Una observación importante es que a altas frecuencias la componente de fuerza debida a la aceleración domina, resultando en fuerzas grandes, incluso con muy bajas amplitudes de desplazamiento, debido al efecto de  $\omega^2$ . De hecho son estas componentes de alta frecuencia, las cuales permanecen sin detectar por el criterio de desplazamiento y causan repentinas fallas debido a fatiga. Uno puede concluir que considerar solamente el desplazamiento puede ser una pobre medición de la vibración, ya que esto debería ser siempre considerado en conjunción con la frecuencia y para sobrepasar esta dificultad, el criterio de la máxima velocidad es usado para incluir el parámetro de frecuencia y el concepto de fuerza dinámica total en la medición de vibración de una estructura.

Las frecuencias de interés en el análisis de vibración puede ir de unos pocos Hertz a valores de rango ultrasónico que alcanzan los 100 kHz, con tan vasto rango de frecuencias, es imperativo que la ingeniería de vibración adquiera y presente los datos en una manera efectiva y con significancia. La figura 3.8 muestra la relación entre velocidad y desplazamiento a aceleración constante. La selección de sensores e instalación es a menudo el factor determinante en un diagnóstico.

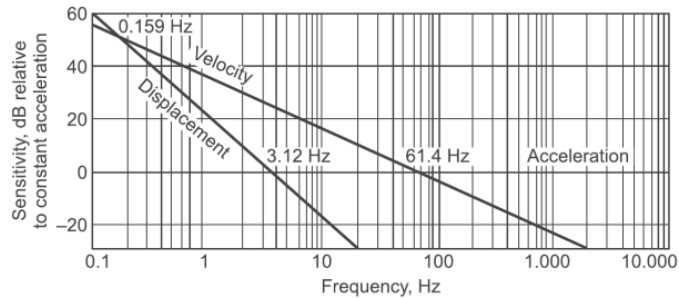


Figura 3.8. Relación de la velocidad y desplazamiento ante aceleración constante. Fuente: Mehta (2012, pg. 313).

### *Sensor de Desplazamiento*

Desplazamiento es en general pensado como el más útil de los parámetros de vibración cuando las frecuencias de vibración son menores a 10 Hz. Sin embargo, para ser aplicable en la severidad de la vibración, el desplazamiento debe ser evaluado en conjunto con la frecuencia (Hz). Estos sensores son más adecuados para la medición de bajas frecuencias y bajo desplazamiento de amplitud.

### *Sensores de velocidad*

La velocidad es la señal de vibración más comúnmente usada y es totalmente independiente de la frecuencia de vibración sobre el rango de 10 Hz a 1 kHz. Esto es útil para monitorear maquinaria rotativa lenta. Comparados con los acelerómetros, los sensores de velocidad tienen baja sensibilidad a vibraciones de altas frecuencias.

### *Acelerómetros*

La aceleración es más comúnmente usada cuando la frecuencia de vibración sobrepasa 1 kHz. De nuevo, la aceleración necesita ser usada en conjunto con la frecuencia de vibración para analizar los resultados. Los acelerómetros son los sensores de

movimiento preferidos para la mayoría de las aplicaciones de monitoreo de vibración. Están disponibles en un amplio rango de diseños para diversas aplicaciones. El acelerómetro piezoeléctrico no tiene comparación para sus rangos de frecuencia y amplitud. El sensor piezoeléctrico es versátil, confiable y el más popular sensor de vibración para monitoreo.

### **3.3. Análisis Modal**

#### ***3.3.1. Introducción al Análisis Modal***

Sistemas de vibración complejos usualmente consisten de componentes que poseen almacenamiento de energía distribuido y características de disipación de energía. En estos sistemas las propiedades inercial, de rigidez, y amortiguamiento varían continuamente con respecto a la locación espacial. Constantemente, ecuaciones diferenciales parciales, con coordenadas espaciales y el tiempo  $t$  como variables independientes, son necesarias para representar su respuesta ante vibraciones (De Silva, 2006).

Un sistema vibrante distribuido (continuo) puede ser aproximado (modelado) por un conjunto apropiado de masas que son propiamente interconectadas usando resortes discretos y elementos amortiguadores. Tal modelo es un modelo de términos agrupados o términos discretos. Una inmediata ventaja que resulta de esta representación de parámetros agrupados es que los sistemas de ecuaciones se convierten en sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. A menudo resortes lineales y elementos lineales viscosos son usados en estos modelos. Las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales pueden ser resueltas por el método de análisis modal.

De acuerdo con Zhi Fang (2001) el Análisis Modal consta en determinar las características de un sistema dinámico en forma de frecuencias naturales, factores de

amortiguamiento y formas modales, usando estos valores para formular un modelo matemático para el comportamiento dinámico, al cual nos referiremos como el modelo modal del sistema y los parámetros que caracterizan el sistemas son conocidos como datos modales.

La dinámica de una estructura se puede descomponer por frecuencia y posición, dado que el Análisis Modal se basa en la suposición de que una señal de respuesta en vibración de un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo puede expresarse como un conjunto de movimientos llamados modos naturales de vibración. Este concepto es parecido al uso de una combinación de Fourier de senos y cosenos para representar una forma de onda complicada. Los modos naturales de vibración son inherentes a un sistema dinámico y son determinados completamente por sus propiedades físicas (masa, rigidez, amortiguamiento) y su distribución espacial. Cada modo esta descrito en base a sus parámetros modales: frecuencia natural, el factor de amortiguamiento modal y el patrón característico de desplazamiento, conocido como forma modal. La forma modal puede ser compleja o real, correspondiendo cada una a una frecuencias natural. El grado de participación de cada modo natural en la vibración total está determinado tanto por propiedades de la fuente (o fuentes) de excitación y por las formas modales del sistema

El análisis modal abarca técnicas teóricas y experimentales, sujetándose la parte teórica en un modelo físico de un sistema dinámico que comprende sus propiedades de masa, rigidez y amortiguamiento. Estas propiedades se pueden dar en forma de ecuaciones diferenciales parciales. Un ejemplo es la ecuación de onda de una cuerda vibratoria uniforme establecida de sudistribución de masa y propiedades elásticas. Las soluciónde la ecuación provee las frecuencias naturales y formas modales de la cuerda y sus respuestas de vibración forzada. Sin embargo, un modelo físico más realista usualmente



comprenderá las propiedades de masa, rigidez y amortiguamiento en término de sus distribuciones espaciales, es decir matrices de masa, rigidez y amortiguamiento. Estas matrices son incorporadas dentro de un conjunto de ecuaciones diferenciales normales de movimiento. El principio de superposición de un sistema dinámico lineal nos permite transformar estas ecuaciones en un problema de valores propio típico. Su solución provee los datos modales del sistema. Análisis de elementos finitos modernos faculta la discretización de casi cualquier estructura dinámica lineal y además ha mejorado la capacidad y alcance del análisis modal teórico. Por el otro lado, el rápido desarrollo sobre las últimas dos décadas de adquisición de datos y capacidades de procesamiento ha levantado a avances mayores en el campo experimental del análisis, los cual ha llegado a conocerse como prueba modal.

### ***3.3.2. Prueba Modal***

La prueba modal es una técnica experimental usada para derivar el modelo modal de un sistema vibratorio lineal invariante en el tiempo. La base teórica de la técnica se basa en establecer la relación entre la respuesta de vibración en una ubicación y excitación al mismo tiempo u otra ubicación como una función de la frecuencia de excitación . Esta relación que a menudo es una función matemática compleja, es conocida como función de respuesta en frecuencia, o FRF para acortar. Combinaciones de excitación y respuesta en diferentes ubicaciones lleva a un conjunto completo de funciones de respuesta en frecuencia (FRF's) la cuales pueden ser colectivamente representadas por una matriz FRF del sistema. Esta matriz usualmente simétrica, reflejando la reciprocidad de la estructura del sistema.

La práctica de la prueba modal involucra la medición de las FRF's o respuestas de impulso de una estructura. La medición de la FRF puede simplemente hacerse al asegurar una excitación medida en una ubicación de la estructura en la ausencia de otras excitaciones y medir las respuestas de vibración en una o más ubicaciones. Técnicas de excitación modernas y desarrollos recientes de teoría de análisis modal permite más mecanismos de excitación complicada. La excitación puede ser de una banda de frecuencias selecta, transitoria, aleatoria o ruido blanco. Es usualmente medida por un transductor de fuerza en el punto conductor mientras la respuesta es medida por acelerómetros u otros sensores. Tanto las señales de excitación y respuesta son alimentadas a un analizador el cual es un instrumento responsable para computar los datos de la FRF.

Una consideración practica de las pruebas modales es cuantos datos de FRF necesitan ser adquiridos en orden para derivar adecuadamente el modelo modal del objeto medido. Cuando se hace una simple prueba con un martillo de impacto, se deja una ubicación fija para la medición de la respuesta mientras alternadamente se mueve el punto de la fuerza de excitación. Los datos medidos de la FRF constituyen una fila de la matriz FRF. Estos datos serian teóricamente suficientes para derivar el modelo modal. Para una prueba sencilla de agitador de vibración, un fuerza entrada de ubicación fija es usada mientras alternadamente se mueve la respuesta dentro de la colección de puntos o se pueden tener adquisición de respuestas simultaneas en los puntos. Los datos de la FRF constituyen una columna de la matriz FRF. De nuevo, los datos deberían ser suficientes teóricamente. Con suficientes datos, análisis numéricos derivaran parámetros modales a través del ajuste de curvas. Este proceso se conoce análisis modal experimental. Los parámetros derivados formaran el modelo modal para la estructura en prueba. Los

parámetros pueden ser extraídos tanto de curvas FRF individuales o de un conjunto de curvas FRF.

En resumen, el análisis modal experimental involucra tres fases; preparación de la prueba, medición de la respuesta en frecuencia e identificación de parámetros modales. La preparación de la prueba involucra la selección de un soporte para la estructura, tipo de fuerzas de excitación, ubicación de la excitación, hardware para medir las fuerzas y respuestas; determinación de un modelo estructural geométrico el cual consiste de puntos de respuesta a ser medidos; e identificación de mecanismos que pudieran llevar a mediciones inadecuadas. Durante la prueba, un conjunto de datos FRF es medido y almacenado que después es analizado para identificar parámetros modales de la estructura medida.

Para ejemplificar la explicación anterior, véase el proceso experimental de análisis modal véase la figura 3.9

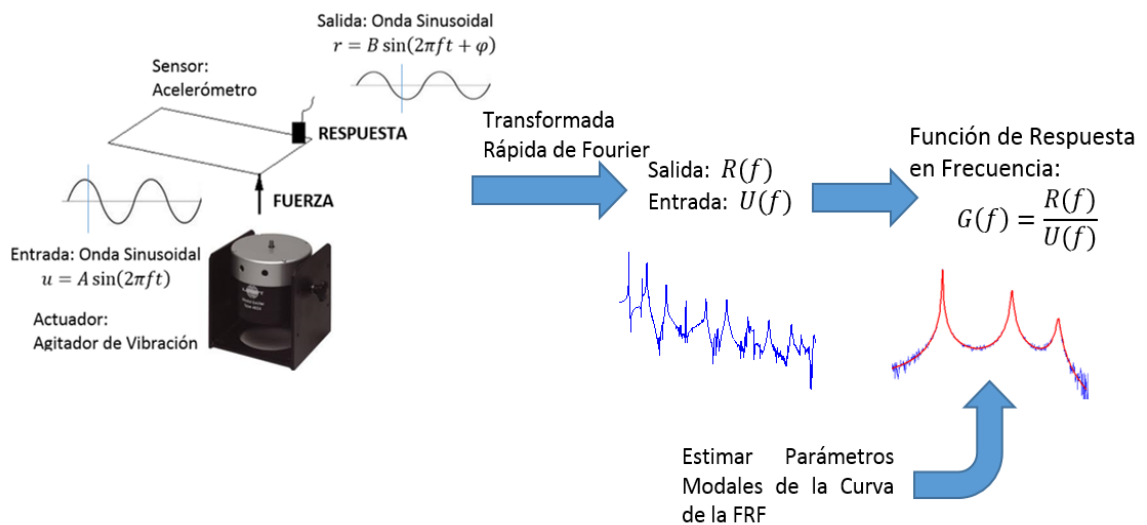


Figura 3.9. Proceso para la obtención de la Función de Respuesta en Frecuencia.

Supongamos que tenemos una viga plana uniforme sujeta a la fuerza de un agitador de vibración, cuyo movimiento se rige por una onda sinusoidal de amplitud fija pero de frecuencia variante. Las vibraciones producidas en la viga a lo largo de un barrido de frecuencia se registran a través de un acelerómetro, presentándose estas vibraciones también en la forma de una onda sinusoidal pero con desfase respecto a la señal de entrada y una amplitud distinta. Estas señales en el dominio del tiempo se pasan al dominio de la frecuencia en su forma compleja (equivalente a magnitud y fase), y mediante división cruzada de los valores complejos de salida entre entrada obtenemos la Función de Respuesta en Frecuencia cuyos valores al ser también complejos nos permite obtener una curva de magnitud y de fase (gráficas de Bode) de la FRF, pudiendo obtener parámetros modales de la viga a través de la información presentada en estas curvas. Lo anterior mencionado tiene conceptos parecidos a la descripción del análisis del sistema mecánico de un grado de libertad mencionado en la sección 3.1.4, pero el sistema de la viga presenta muchos más grados de libertad y sus valores de masa, rigidez y amortiguamiento son al inicio desconocidos para cada grado de libertad, por lo cual se recurre a este método experimental.

#### ***3.3.4. Representación de la Función de Respuesta en Frecuencia***

Como sabemos, la división de dos números complejos nos dará igualmente un número complejo, que es lo que ocurre con la FRF, pudiendo obtener 5 graficas distintas que nos ayudan en la obtención de los parámetros modales; gráfica de magnitud y fase (graficas de Bode), gráfica Coincidente (parte real de la FRF), gráfica de Cuadratura (parte imaginaria de la FRF) y gráfica de Nyquist (parte real contra imaginaria de la FRF).

### Gráficas de Bode

Un método para presentar los datos es graficar las coordenadas polares, magnitud y fase contra la frecuencia como se ilustra en la Figura 3.10. En resonancia en un sistema de un grado de libertad, cuando la frecuencia es igual a la frecuencia natural, la magnitud es un máximo y está limitada solo por la cantidad de amortiguamiento en el sistema. Los rangos de fase son de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  y la respuesta se queda en  $90^\circ$  en resonancia.

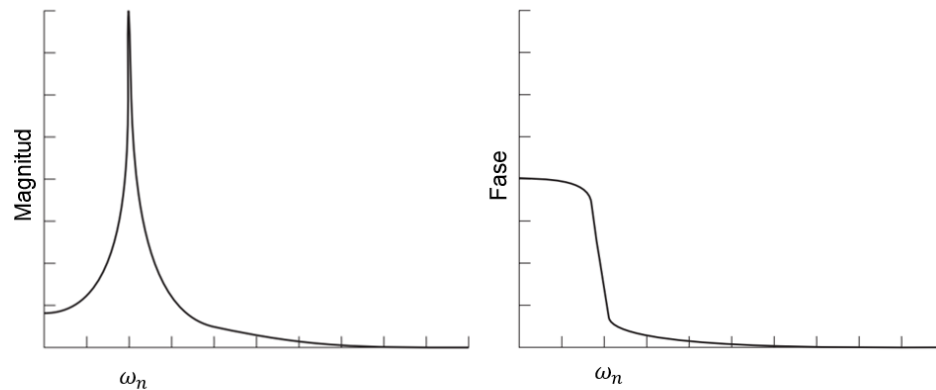


Figura 3.10. Gráficas de Bode. Fuente: Agilent Technologies (2000, pg. 6) .

### Gráficas Coincidente y de Cuadratura

Otro método de presentar la información es graficar las coordenadas rectangulares, la parte real y la parte imaginaria contra la frecuencia. Para un sistema proporcional amortiguado, la parte imaginaria (Cuadratura) es máxima en la resonancia y la parte real (Coincidente) es cero, como se ve en la figura 3.11.

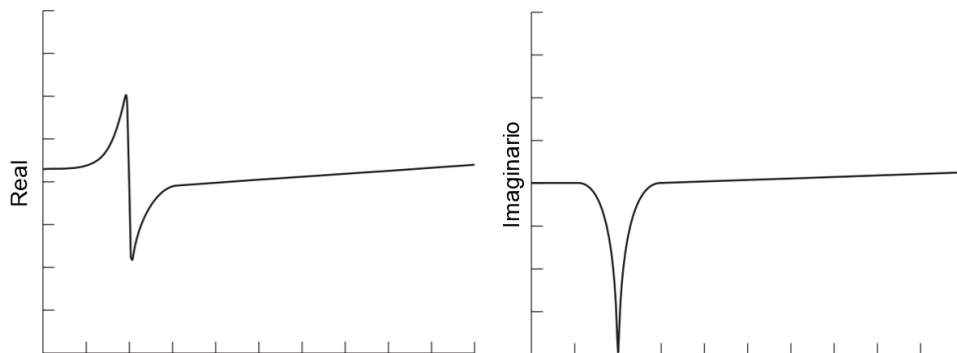


Figura 3.11. Gráficas Coincidente y de Cuadratura. Fuente: Agilent Technologies (2000, pg. 7) .

### Gráfica de Nyquist

Otro método de representar la respuesta en frecuencia es graficar la parte real contra la parte imaginaria. Esto es a menudo llamado una gráfica de Nyquist o una gráfica de respuesta vectorial. Esta visualización enfatiza el área de respuesta en frecuencia cuando se encuentra en resonancia y traza un círculo, como se observa en la figura 3.12.

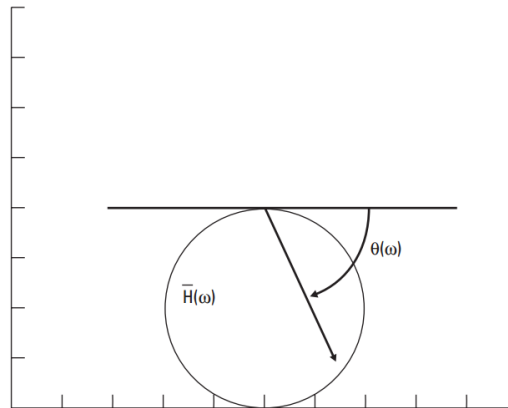


Figura 3.12. Gráfica de Nyquist. Fuente: Agilent Technologies (2000, pg. 7).

Al graficar la magnitud en decibeles contra frecuencia logarítmica (gráfica semi logarítmica), es posible cubrir un rango grande frecuencias y convenientemente mostrar el rango de amplitud.

Como lo habíamos comentado anteriormente, los sistemas analizar en el mundo real son más complejos que un sistema de primer orden, por lo cual podríamos esperar varias frecuencias de resonancia en el espectro de la FRF, y así mismo esta característica se reflejara en la graficas previamente comentadas, teniendo varios picos máximos en la gráfica de Cuadratura, varios cambios de fase de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  por mencionar algunos.

### 3.3.5. Identificación de parámetros modales

Como sabemos, los parámetros modales a obtener son las frecuencias naturales, los amortiguamientos modales y las formas modales, y su obtención mediante la FRF obtenida por pruebas modales se basa en la extracción de información de las gráficas previamente mencionadas. El procedimiento general para estimar parámetros modales es estimar las frecuencias y factores de amortiguamiento, y después estimar los coeficientes modales.

#### Frecuencia Natural

La suposición básica para la aproximación de un solo modo es que en la vecindad de una resonancia, la respuesta es debida primeramente a ese simple modo. La frecuencia natural puede ser estimada de los datos de respuesta en frecuencia al observar la frecuencia en la cual cualquiera de los siguientes comportamientos ocurre:

- La magnitud de la respuesta en frecuencia en un máximo (Magnitud en Bode).
- La parte imaginaria de la respuesta en frecuencia es un máximo o un mínimo (Gráfica de Cuadratura).
- La parte real de la respuesta en frecuencia es cero (Gráfica Coincidente).
- La respuesta se atrasa a la entrada por  $90^\circ$ .

Estos comportamientos se pueden apreciar en la figura 3.13.

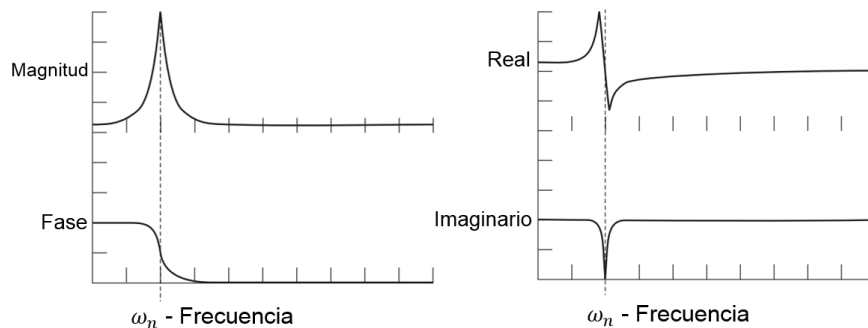


Figura 3.13. Obtención de la frecuencia natural en base a la FRF. Fuente: Agilent Technologies (2000, pg. 7).

*Amortiguamiento Modal*

En cuanto al amortiguamiento, sabemos que la altura del pico de resonancia es función de este, y por lo tanto el factor de amortiguamiento puede ser estimado por el método de potencia media u otro método matemático o grafico relacionado. En el método de potencia media, el amortiguamiento es estimado al determinar la agudeza del pico resonante. Como se puede observar en la figura 3.14 el amortiguamiento está relacionado a la anchura del pico entre los puntos de potencia media; puntos abajo o arriba del pico de resonancia en los cuales la respuesta de magnitud es 0.7071 veces la magnitud de resonancia, es decir  $-3$  dB (veinte veces el logaritmo base diez de 0.7071).

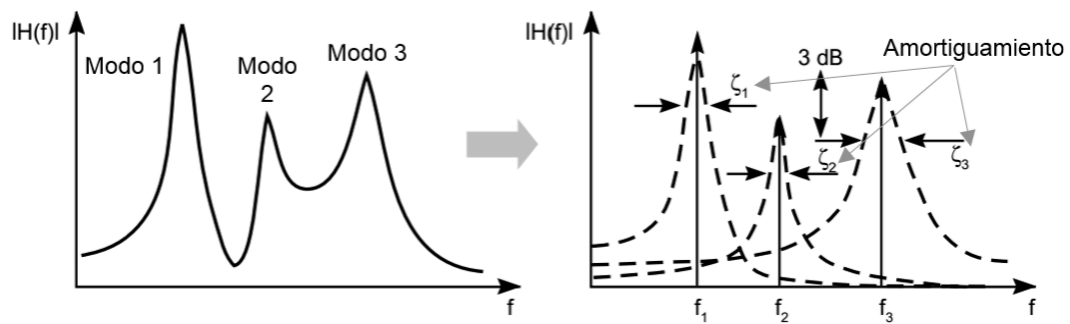


Figura 3.14. La respuesta en frecuencia de estructuras simples puede ser separada en modos individuales, cada modo comportándose como un sistema de un grado de libertad. Fuente: Gade S., Herlufsen H. (1999, pg. 3).

Para un modo particular, el coeficiente de amortiguamiento  $\zeta_r$  puede ser encontrado de la siguiente ecuación

$$\zeta_r = \frac{\Delta f}{2f_r}$$

Donde  $\Delta f$  es la frecuencia de ancho de banda entre los dos punto de mediana potencia y  $f_r$  es la frecuencia de resonancia correspondiente a ese modo.

Permítase un paréntesis importante para distinguir entre frecuencia de resonancia y frecuencia natural. La frecuencia natural se puede aproximar usando tanto la respuesta coincidente o la gráfica de Bode. Para la respuesta coincidente la frecuencia natural



ocurre en la frecuencia donde la parte real es cero. Usando la gráfica de bode, la frecuencia natural puede ser obtenida al determinar la frecuencia de resonancia y usando la siguiente ecuación

$$f_r = f_n \sqrt{1 - 2\zeta_r^2}$$

Donde  $f_n$  es la frecuencia natural. Si el coeficiente de amortiguamiento es pequeño ( $\zeta_r \leq 0.1$ ), la frecuencia de resonancia y la frecuencia natural pueden ser aproximadas como iguales.

Además del método anteriormente descrito, se puede obtener el coeficiente de amortiguamiento con la respuesta coincidente a través de la siguiente ecuación con los parámetros que se indican en la figura 3.15.

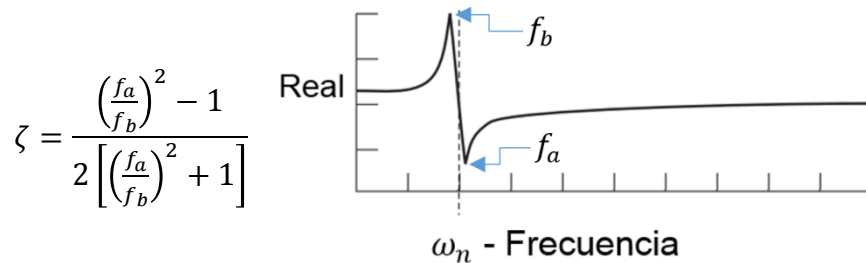


Figura 3.15. Obtención del coeficiente de amortiguamiento mediante la respuesta coincidente.

### Forma Modal

La forma más sencilla de encontrar las formas modales de una estructura es mediante el método conocido como Selección de Cuadratura, la cual está basada en la suposición de que la unión entre los modos no es muy fuerte; en la práctica, las estructuras mecánicas son a menudo muy ligeramente amortiguadas implicando que los modos están ligeramente unidos. A cualquier frecuencia, la magnitud de la función de respuesta en frecuencia es la suma de la contribución (en la frecuencia particular) de todos los modos.

Cuando hay poco acoplamiento modal entre los modos, la respuesta de la estructura en una frecuencia modal es completamente controlada por ese modo, y así la Selección de Cuadratura puede ser usada para descifrar las formas modales.

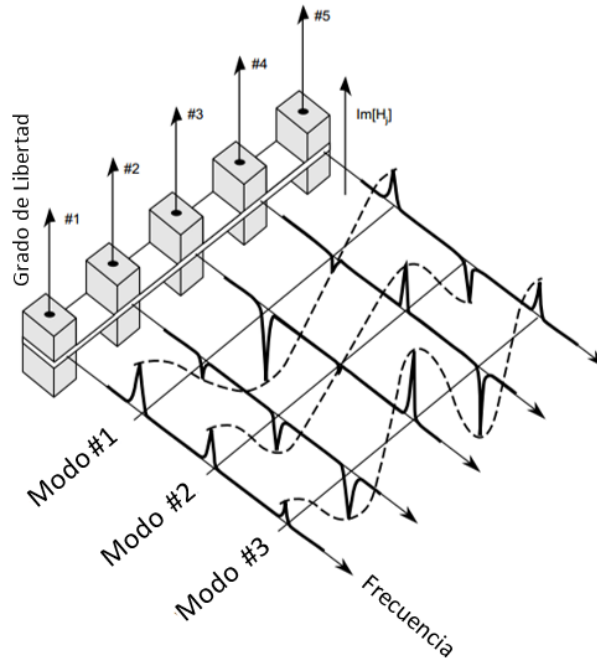


Figura 3.16. Obtención de las formas modales a través de la Selección de Cuadratura en distintos puntos. Fuente: Gade S., Herlufsen H. (1999, pg. 3).

Para sistemas de un solo grado de libertad, la función de respuesta en frecuencia (acelerancia) en resonancia es puramente imaginaria. Como resultado, el valor de la parte imaginaria de la función de respuesta en frecuencia, para estructura con modos ligeramente unidos, es proporcional al desplazamiento modal. Consecuentemente, al examinar la magnitud de la parte imaginaria de la respuesta en frecuencia en un número de puntos en la estructura, el desplazamiento modal relativo en cada punto puede ser encontrado. De estos desplazamiento, las formas modales pueden ser establecidas. El procedimiento es entonces repetido para para determinar todas las formas modales requeridas. Al hacer una excitación y medición de la respuesta en el mismo punto y en la misma dirección, la forma modal puede ser escalada en unidades absolutas.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Análisis Modal obtenido de Pruebas con Martillo de Impacto

Previo al análisis del disco de freno con el vibrómetro laser se hicieron pruebas con un martillo de impacto sobre distintos puntos en un mallado que se trazó en la parte frontal del disco manteniendo fijo un acelerómetro en uno de los puntos para todos los golpes dados.

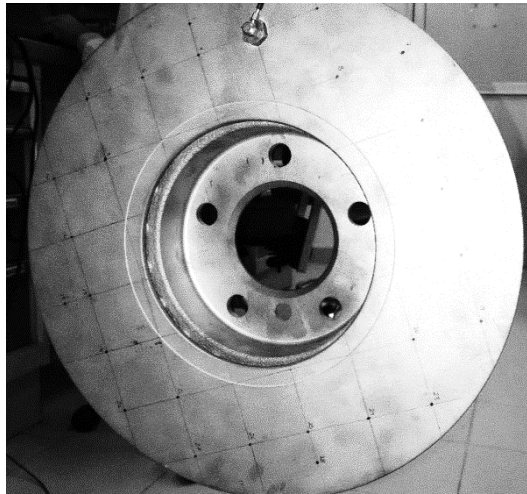


Figura 4.1. Disco de Frenado con los puntos del mallado y con el acelerómetro fijo.

En total se tienen 28 puntos distribuidos en el disco, incluyendo el que está ocupado por el acelerómetro, por lo cual se hicieron 27 mediciones con el martillo de impacto. La configuración del sistema consta del martillo de impacto tipo 8202 de la marca Brüel & Kjaer (datos técnicos en la sección de Anexos) con punta de plástico y sin masa adicional, el cual tiene un transductor de efecto piezoeléctrico con una sensibilidad de carga por unidad de fuerza de 4 pC/N, el cuál pasa a una unidad de acondicionamiento NEXUS para obtener una sensibilidad de 10mV/N. Por el otro lado el transductor acelerómetro es de tipo 4519-001 (Brüel & Kjaer) con una sensibilidad de 100mV/g donde g es unidad de aceleración ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ). Ambas señales van a una tarjeta adquisitoria de datos (DAQ por Data Acquisition) NI 9234 de la marca National

Instruments la cual consta de 4 canales de adquisición de  $\pm 5V$  con 24 bits de resolución la cual estaba conectada a una computadora portátil a través del adaptador High-Speed USB Carrier NI 9211. La señales procesadas se adquirieron mediante el software LabVIEW (también de National Instruments) y de ahí se exportaron en forma de archivos de texto a columnas de datos en Matlab para su posterior análisis.



Figura 4.2. Equipo usado para la adquisición de datos en pruebas de impacto del disco de freno.

La velocidad de muestreo en LabVIEW fue de 20 kHz durante un segundo, y dado que no se pudo implementar una señal de Trigger con la señal del martillo se tuvo que truncar las señales a 7000 muestras para mostrar solo los valores de importancia. Las mediciones se intentaron hacer siempre con la misma dirección de golpeo para tratar de abarcar las mismas frecuencias de excitación.

Haciendo un paréntesis, la forma en la que el disco debe ser golpeado se debe aproximar a una función delta de Dirac  $[\delta(x)]$  como se puede ver en la figura 4.3, de tal manera que tienda a infinito cuando  $x = 0$ , y para cualquier otro punto de  $x$  es 0.

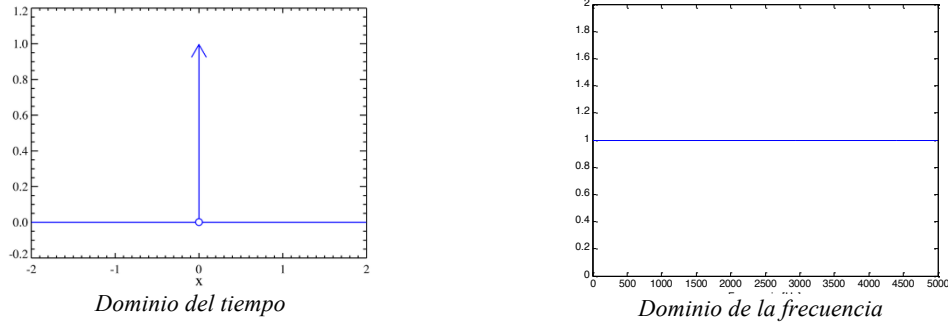


Figura 4.3. Función delta de Dirac.

La razón de esto es que la transformada de Fourier de  $\delta(x)$  es uno, es decir tiene un valor constante para todas las frecuencias, lo cual significa que al aplicar una fuerza  $\delta(x)$  se excita al sistema impactado en todas las frecuencias. Obviamente esto no es posible en el mundo real, y mucho menos cuando un ser humano es el encargado de hacer el impacto, ya que este impacto durara cierto tiempo, por lo cual podríamos aproximar más este comportamiento mediante una señal rectangular  $[\Pi(x)]$  con una duración de aproximadamente 500 microsegundos, siendo su transformada de Fourier la función sinc ( $f$ ) la cual se define como

$$\text{sinc}(f) = \begin{cases} 1 & \text{para } f = 0 \\ \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} & \text{para } f \neq 0 \end{cases}$$

Cuya magnitud es  $[\text{sinc}(f)]^2$ . Las gráficas correspondientes de estas señales se muestran en la figura 4.4.

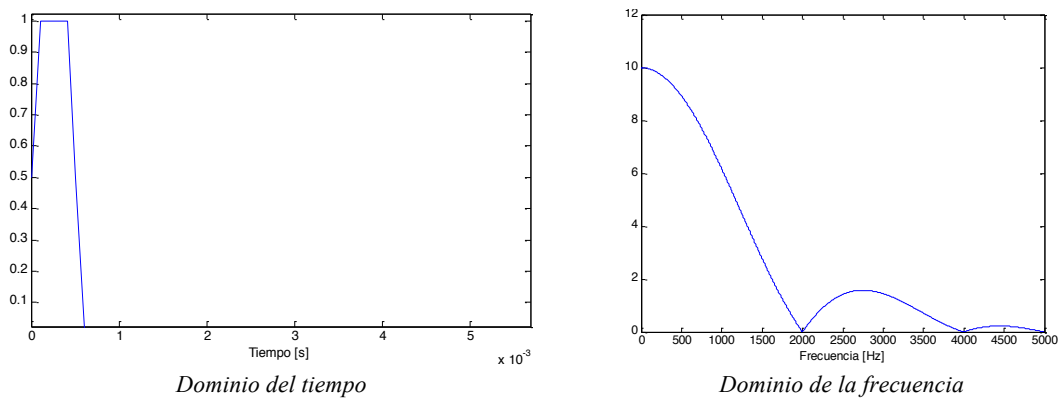


Figura 4.4. Función Pulso Rectangular.

La magnitud de la señal en frecuencia es una onda sinodal al cuadrado cuyo valor pico va disminuyendo a medida que la frecuencia aumenta, es decir, cuando se hace una prueba de impacto las frecuencias más excitadas en la estructura serán las más bajas, y si se desea abarcar un mayor rango de estas se requiere acortar la duración del pulso (un tanto difícil de lograr), o impactar a la estructura con mayor fuerza para que la magnitud de los picos aumente proporcionalmente, lo cual se puede lograr con puntas de mayor dureza y aplicando más fuerza, pero con el inconveniente de poder dañar la estructura y deformarla al punto de obtener respuestas diferentes a las que originalmente se obtendrían sin el daño. Teniendo claros los conceptos anteriores, sabemos que esperar al obtener las gráficas de la fuerza aplicada al disco tanto en tiempo como en frecuencia.

Dentro de MATLAB se procesaron los datos del martillo y el acelerómetro para convertirlos a unidades de fuerza y aceleración respectivamente, como se pueden ver en la figura 4.5.

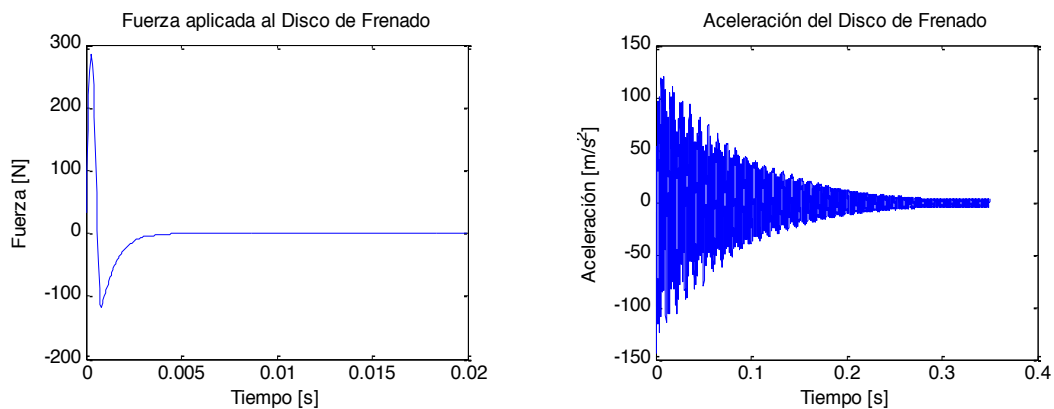


Figura 4.5. Fuerza aplicada al disco y su aceleración.

Al observar los datos del martillo podemos ver que tenemos una función que idealmente esperaríamos fuera un pulso rectangular pero más bien es curva en las esquinas y llega a tener valores negativos cuando se empieza a atenuar. En cuanto a la respuesta en

tiempo del acelerómetro, podemos ver una función sinusoidal de una frecuencia de 757Hz y cuyos valores pico oscilan y se van atenuando.

La respuesta en frecuencia de la fuerza aplicada es parecida a la función sinc ( $f$ ) como lo habíamos planteado anteriormente, mientras que para la aceleración tenemos varios picos que indican la predominancia de las señales sinusoidales que componen la señal del acelerómetro, como podemos apreciar en la gran magnitud del pico de 757Hz que es la frecuencia que predomina en la señal en la figura 4.6.

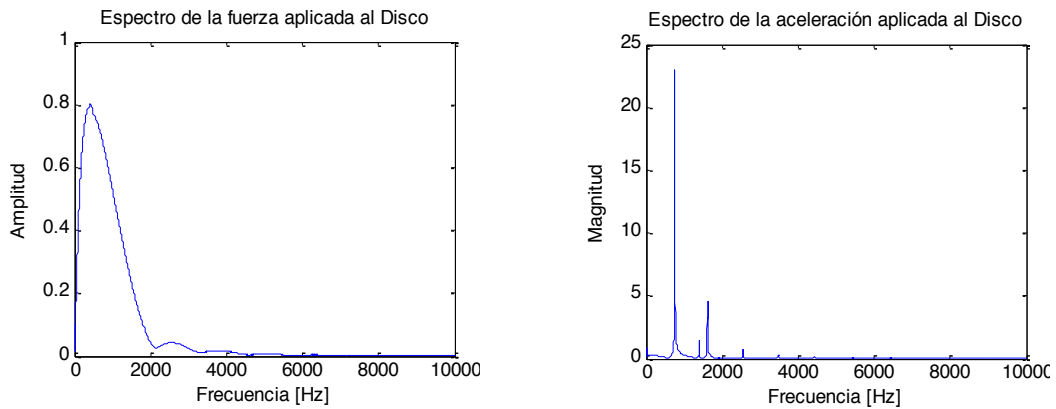


Figura 4.6. Magnitud de la Transformada de Fourier de la fuerza aplicada al disco y su aceleración.

De estas graficas se obtuvieron resultados similares para los 26 puntos restantes en el mado. En la figura 4.7 se pueden observar las mismas amplitudes de la figura 4.6 pero con la magnitud en decibeles y escala semi-logarítmica.

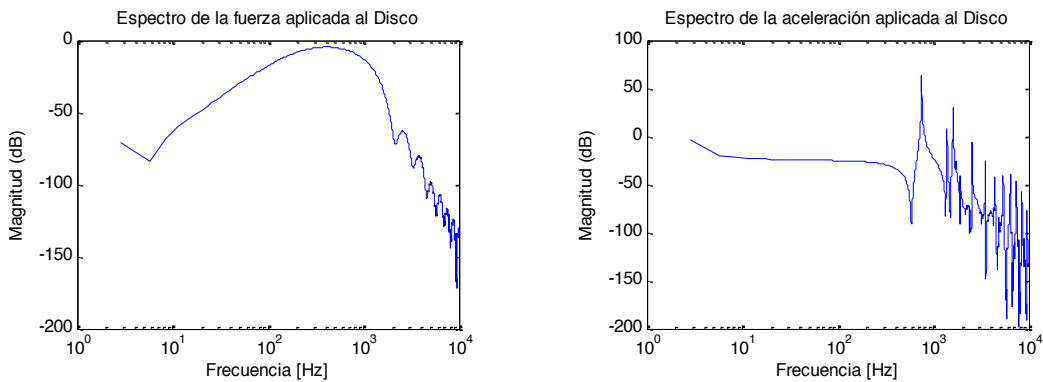


Figura 4.7. Magnitud en decibeles de la Transformada de Fourier de la fuerza aplicada al disco y su aceleración en escala semi-logarítmica.

Después se procedió a obtener la Función de Respuesta en Frecuencia con los datos de la transformada de Fourier de los valores de entrada y de salida, y así poder identificar los parámetros modales tales como las frecuencias naturales, el amortiguamiento modal y las formas modales.

La FRF obtenida se logró mediante la división compleja de la transformada de Fourier de la señal del acelerómetro entre la señal del martillo, es decir aceleración entre fuerza, lo cual denominamos acelerancia. Como vimos en el capítulo 3.3.4, podemos representar esta señal de acelerancia de varias maneras dado que es número complejo, y con las gráficas obtenidas podemos obtener los parámetros modales como las frecuencias naturales y amortiguamientos correspondientes a cada forma modal. En concreto se usaron las siguientes gráficas, para la obtención de parámetros;

- Gráfica Coincidente para la obtención de frecuencias naturales mediante los cruces por cero de la señal, y mediante los picos más cercanos a la derecha e izquierda del cruce por cero se obtiene el amortiguamiento.
- Mediante Selección de Cuadratura para la obtención de los coeficientes modales con la gráfica de cuadratura.

El procesamiento de los datos se hizo con un programa de MATLAB, el cual se encuentra en la sección de anexos para mayor comprensión del lector.

A continuación se presentan algunas gráficas de los datos obtenidos por el procesamiento de la acelerancia en el punto de análisis uno del disco de frenado en condición de movimiento libre. En la figura 4.8 se puede observar la gráfica coincidente en la cual observamos varios cruces por cero, los cuales ocurren en las frecuencias naturales y son detectados por el programa para obtener dichas frecuencias, las cuales



están en la tabla 4.1, en donde también se encuentran los valores del amortiguamiento obtenidos mediante el procedimiento explicado en la sección 3.3.5.

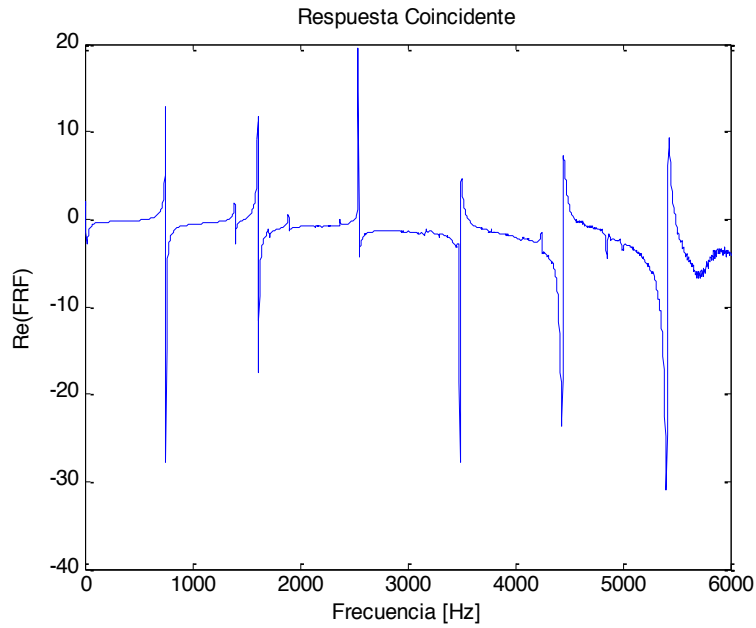


Figura 4.8. *Resposta Coincidente en el Disco de Frenado en condición libre en el punto de análisis uno.*

En la figura 4.9 se observa la gráfica de cuadratura cuyos picos son los coeficientes con los cuales se pueden obtener las formas modales, también encontrados en la tabla 4.1.

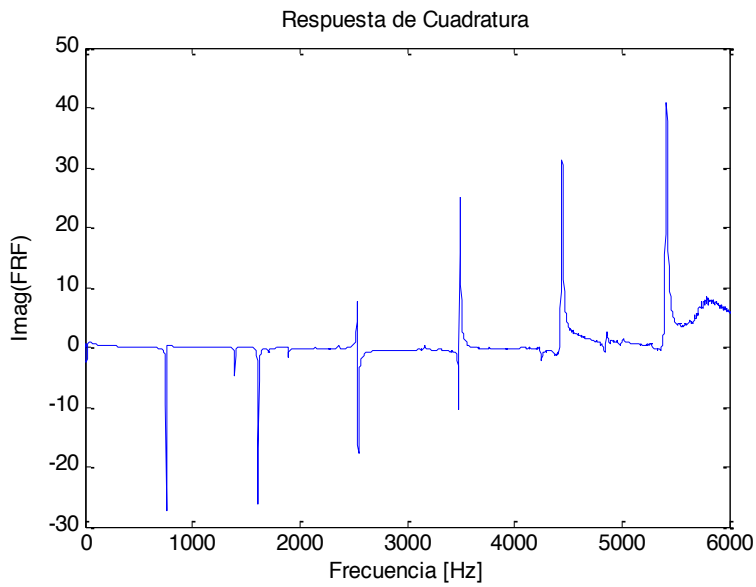


Figura 4.9. *Resposta de Cuadratura en el Disco de Frenado en condición libre en el punto de análisis uno.*

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento	Coefficiente Modal
1	754.285714285714	0.00378782444007623	-27.4521637472457
3	1614.28571428571	0.00176990596004081	-26.2839024909821
5	2545.71428571429	0.00168444216055001	-17.6933576718801
6	3494.28571428571	0.00204498122297404	22.1577069930126
7	4445.71428571429	0.00192925326939156	30.3262966506724
8	5420	0.00184549859184376	37.8554298770435

Tabla 4.1. *Parámetros modales encontradas en el Disco de Frenado en condición libre en el punto de análisis uno.*

Al obtener los parámetros de todos los puntos podemos obtener una aproximación de las formas modales (un tanto simple ya que solo se registraron 27 mediciones en el mallado del disco) y se puede hacer un pequeño estudio estadístico para obtener un promedio de las frecuencias naturales y verificar la varianza que hay entre estos datos.

En la tabla 4.2 se puede ver el promedio de las frecuencias y su varianza tomando como referencia el promedio de estas.

Modo	Frecuencias Naturales Promedio (Hz)	Varianza
1	759.7884	0.559895
2	1618.73	2.015621
3	2543.492	8.062484
4	3488.677	14.19893
5	4446.667	6.651562
6	5419.682	11.68892
7	6404.868	732.7678
8	7483.187	8751.854
9	8522.54	14550.16
10	9528.681	17175.18

Tabla 4.2. *Varianza de las frecuencias naturales obtenidas y sus promedios en cada modo.*

Con todos los valores de coeficientes modales y mediante un programa de MATLAB se pudo generar una malla tridimensional para la creación de la superficie transversal del disco para observar la deformación que este sufre cuando se excita con las frecuencias naturales. Estas formas modales se pueden observar en la figura 4.10

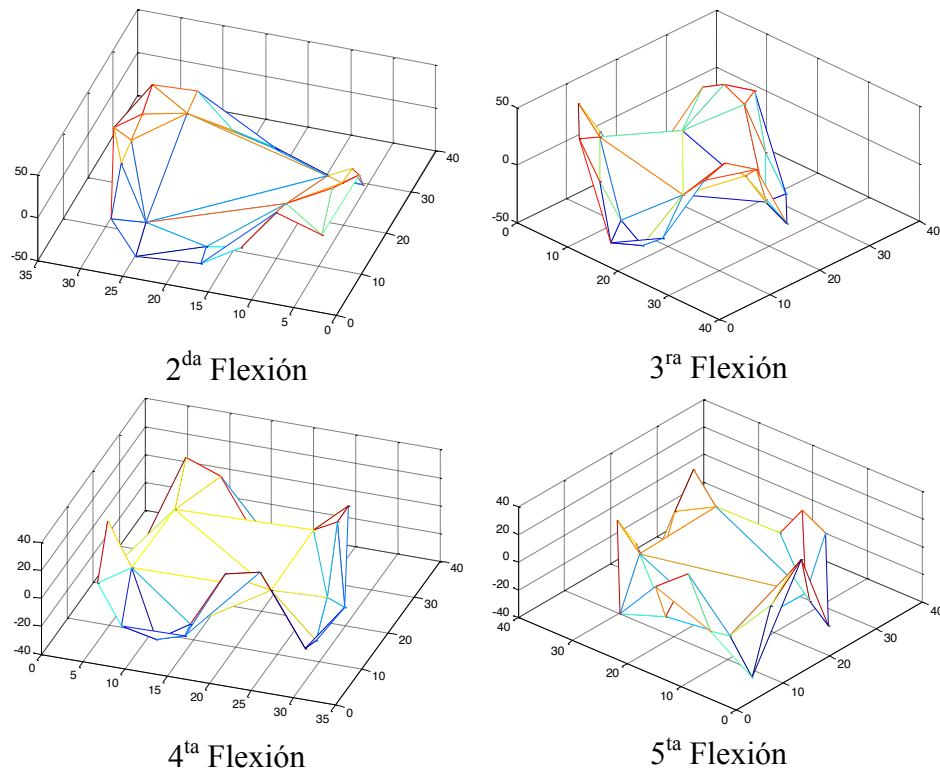


Figura 4.10. Formas Modales del Disco fuera del plano..

Posteriormente a este experimento se hicieron pruebas con el disco en

## 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

1. El trabajo responde de forma positiva a cada una de las hipótesis planteadas, lo cual se puede entender ya que el horno cumple con su función dado que se logró el control de la temperatura de manera eficiente con hardware no muy costoso, obteniendo resultados en las tarjetas electrónicas iguales o mejores que los que se

hacen a mano y en un tiempo más reducido, siendo una herramienta que será de utilidad para el laboratorio de mecatrónica.


2. Para mí el protocolo de investigación es una herramienta que te ayuda a retroalimentar el proyecto, ya que hace notar los puntos que este requiere de atención así como la delimitación de los aspectos en los que nos debemos mantener en forma para cumplir con este. Los objetivos y cronogramas te ayudan a dedicar cierto tiempo al proyecto para una planeación ajustada al tiempo de entrega, además de los costos que pueda tener el proyecto, para determinar su viabilidad y beneficio al final. Concluido el proyecto este documento puede auxiliar a quien requiera entender el tema o tener una referencia.

## REFERENCIAS


- Ambekar, A. G. (2006). *Mechanical Vibrations and Noise Engineering*. Nueva Delhi; Prentice Hall de India.
- Agilent Technologies (2000). *The Fundamentals of Modal Testing: Application Note 243 - 3*. Obtenido el 1 de Julio de 2014, desde <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5954-7957E.pdf>
- De Silva, C. W. (2006). *Vibration: Fundamentals and Practice*. Estados Unidos; CRC Press. Segunda Edición.
- Crocker, M. J. (2007). *Handbook of Noise and Vibration Control*. Estados Unidos; John Wiley & Sons.
- French, A.P. (1971). *Vibrations and Waves*. Estados Unidos; Editorial CRC Press.
- Gade, S., Herlufsen, H., Konstantin-Hansen, H. (1999). *Application Note: How to Determine the Modal Parameters of Simple Structures*. Dinamarca: Brüel & Kjær.
- He, J., Fu, Z. (2001). *Modal Analysis*. Reino Unido: Butterworth-Heinemann.
- Mehta, J.S., Kailey, A.S. (2012). *Mechanical Vibrations*. Nueva Delhi; S. Chand & Company LTD.
- Scheffer, C., Girdhar, P. (2004). *Practical Machinery Vibration Analysis & Predictive Maintenance*. Reino Unido; Elsevier.
- Crydom (2012). *PF Series*. Obtenido el 20 de Noviembre de 2013, desde [http://www.crydom.com/en/Products/Catalog/p\\_f.pdf](http://www.crydom.com/en/Products/Catalog/p_f.pdf)
- Departamento de Electrónica. (s.f.). *La soldadura y Desoldadura*. Obtenido el 10 de Octubre, desde <http://www.granabot.es/Modulos/dpe/Apuntes/Tema%203.1.1.pdf>.

**ANEXOS**

*Martillo de Impacto – 8202, Brüel and Kjaer*

<p>Transductor de Fuerza Tipo 8200</p> <p>Sensibilidad de Carga: 4 pC/N (0.90 pC/lbf)</p> <p>Rango de Fuerza: 1000 N tenso a 5000 N compresivo</p> <p>Linealidad: &lt;math&gt;\leq \pm 1\%&lt;/math&gt; de la fuerza máxima o &lt;math&gt;\leq \pm 5\%&lt;/math&gt; de la fuerza medida, cualquiera que sea más pequeño</p>	
<p>Martillo</p> <p>Rango de Fuerza y duración cuando se impacta contra acero macizo usando:</p> <p><i>Punta de plástico:</i> 300 N a 1000N, 1ms a 0.5 ms</p> <p><i>Punta de goma:</i> 100 N a 700 N, 5 ms a 1.5 ms</p> <p><i>Punta de acero:</i> 500 N a 5000 N, 0.23 ms a 0.18 ms</p>	

*Acelerómetro – 4519-001, Brüel and Kjaer*

<p>Frecuencia: 0.5 - 20000 Hz                  Sensibilidad: 100 mV/g                  Temperatura: -51 – 100 °C                  Nivel de ruido residual en el rango del espectro de frecuencias (rms): ± 0.9 mg                  Máximo nivel de operación (pico): 50 g                  Máximo nivel de impacto: 3000 g                  Peso: 1.6 gramos                  Conexión eléctrica: M3                  Montaje: tornillo                  Frecuencia de resonancia: 60 kHz</p>	
---	---

*Código de Matlab para el procesamiento de datos*

```

%% Limpieza de Datos Anteriores -----
clear
close all
%% Parametros de adquisición de datos -----
F_S = 20000; %Frecuencia de muestreo
fNyquist = F_S / 2; %Frec. de Nyquist
N_S = 7000; %Numero de Muestras
dF = F_S/N_S;
T = (0:1/F_S:(N_S-1)/F_S)'; %Vector de Tiempo
min_freq = 100;
max_freq = 6000;
freq = linspace(0, fNyquist, N_S/2 +1)'; %Vector de Frecuencia N_S/2+1
%% Cargar Datos -----
point = 1; %Punto en el mallado

if point > 3 %Este if facilita la búsqueda de datos en
    point = point-1; %la tabla de excel ya que no hay mediciones
end; %en el punto 3

data_xlx = char([point+64 49 58 point+64 49 48 48 48 48]);

if point > 2
    point = point+1;
end;

VF(:,1) = xlsread('VF.xlsx', 1, data_xlx); %Lectura de datos desde
VF(:,2) = xlsread('VF.xlsx', 2, data_xlx); %excel, un libro con
%mediciones del martillo de
%impacto y otro con mediciones
%del acelerometro

file_name = char ([86 70 95 point+48]);

save(file_name, 'VF'); %si los datos ya se han leído
%previamente, es mejor usar la
%función load y comentar lo demás
%de esta sección, solo tomando en
%cuenta el número de punto en el
%nombre del archivo
%load('VF_2.mat');
%% Procesamiento de la fuerza -----
    
```

```

force = (100)*VF(:,1); %La salida del acondicionador de
%señal es de 10 mV por Newton

[B,A] = butter(3,[5/25000 6000/25000]); %Filtro pasabanda de 5Hz a 6kHz
force = filter(B,A,force);

figure('Color','White')
subplot(3,4,1);
plot(T(1:200), force(1:200));
title('Fuerza Aplicada');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Fuerza [N]');

SPEC_H = fft(force, N_S); %Transformada de Fourier
SPEC_H = SPEC_H(1:N_S/2+1);
SPEC_H = SPEC_H/N_S;
SPEC_H(2:end) = 2*SPEC_H(2:end);
H_MAG = abs(SPEC_H);

subplot(3,4,5);
semilogx(freq, 20*log(H_MAG));
title('Espectro de la Fuerza');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud (dB)');
xlim([0 max_freq]);
%% Procesamiento de la aceleración -----
accel = 9.81*VF(:,2)*(10); %La salida del acelerometro es de
%100 mV por g (9.81 m/s^2)

[B,A] = butter(3,[40/25000 7000/25000]); %Filtro pasabanda de 40Hz
%a 7kHz

subplot(3,4,2);
plot(T,accel);
title('Aceleración de la vibración');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Aceleración [m/s^{2}]');

SPEC_A = fft(accel, N_S);
SPEC_A = SPEC_A(1:N_S/2+1);
SPEC_A = SPEC_A/N_S;
SPEC_A(2:end) = 2*SPEC_A(2:end);
A_MAG = abs(SPEC_A);

subplot(3,4,6);
semilogx(freq, 20*log(A_MAG));
title('Espectro de la Aceleración');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud (dB)');
xlim([0 max_freq]);
%% Filtro Pasabajas para la aceleración ---
[B,A] = butter(20,0.8,'low');
data = filter(B,A,accel);

%% Velocidad -----
vel(N_S) = 0;
for n = 1:N_S-1
    vel(n+1) = vel(n)+(1/F_S)*data(n);
end;

subplot(3,4,3);

```



```

plot(T,vel);
title('Velocidad de la vibración');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Velocidad [m/s]');

SPEC_v = fft(vel, N_S);
SPEC_v = SPEC_v(1:N_S/2+1);
SPEC_v = SPEC_v/N_S;
SPEC_v(2:end) = 2*SPEC_v(2:end);

V_MAG = abs(SPEC_v)';

subplot(3,4,7);
semilogx(freq, 20*log10(V_MAG));
title('Espectro de la Velocidad');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 max_freq]);
%% Posición -----
pos(N_S) = 0;
for n = 1:N_S-1
    pos(n+1) = pos(n)+(1/F_S)*vel(n);
end;

subplot(3,4,4);
plot(T, pos);
title('Posición de la vibración');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Posición [m]');

SPEC_p = fft(pos, N_S);
SPEC_p = SPEC_p(1:N_S/2+1);
SPEC_p = SPEC_p/N_S;
SPEC_p(2:end) = 2*SPEC_p(2:end);

P_MAG = abs(SPEC_p)';

subplot(3,4,8);
semilogx(freq, 20*log10(P_MAG));
title('Espectro de la Posición');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% Acelerancia -----
accelerance = A_MAG./H_MAG;
subplot(3,4,10);
plot(freq, accelerance);
title('Acelerancia');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% Movilidad -----
mobility = V_MAG./H_MAG;
subplot(3,4,11);
plot(freq, mobility);
title('Movilidad');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% Receptancia -----
receptance = P_MAG./H_MAG;
subplot(3,4,12);

```

```

plot(freq, receptance);
title('Receptancia');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Magnitud');
xlim([0 6000]);
%% FRF Compleja -----
SPEC_FRF = SPEC_A./SPEC_H;
%% Respuesta Coincidente -----
coincident = real(SPEC_FRF);
figure('Color','White');
plot(freq, coincident);
title('Respuesta Coincidente');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Re(FRF)');
xlim([0 6000]);

%% Frecuencia Natural -----
k = 1;
for n = round((N_S/2)*(min_freq/fNyquist)):round((N_S/2)*(max_freq/fNyquist))
    dif_coinc = abs(coincident(n+1) - coincident(n));
    div_coinc = coincident(n+1)/coincident(n);
    if dif_coinc > 0.4 && div_coinc < 0
    if abs(coincident(n+1)) < abs(coincident(n))
        f_n(k,:) = freq(n+1);
        N_f(k,:) = n+1;
    else
        f_n(k,:) = freq(n);
        N_f(k,:) = n;
    end;
    k = k + 1;
end;
end;

%% Amortiguamiento -----
[pks_p,locs] = findpeaks(coincident,'MINPEAKHEIGHT',0.4,'MINPEAKDISTANCE',70);
locs_p = freq(locs);

coincident_n = - coincident;

[pks_n,locs] =
findpeaks(coincident_n,'MINPEAKHEIGHT',0.4,'MINPEAKDISTANCE',70);
locs_n = freq(locs);

pks = vertcat(pks_p, pks_n);
locs = vertcat(locs_p, locs_n);

for n = 1:length(f_n)
for e = 1:length(locs)
if (locs(e) > f_n(n)-18) && (f_n(n) > locs(e))
f_b(n,:) = locs(e);
elseif (locs(e) > f_n(n)) && (f_n(n)+18 > locs(e))
f_a(n,:) = locs(e);
end;
end;
end;

for n = 1:length(f_n)
if f_b(n) ~= 0
damp(n,:) = ((f_a(n)/f_b(n))^2-1)/(2*((f_a(n)/f_b(n))^2+1));
end;
end;
%% Selección de Cuadratura -----

```

```

quadrature = imag(SPEC_FRF);

figure('Color','White')
plot(freq, quadrature);
title('Respuesta de Cuadratura');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Imag(FRF)');
xlim([0 6000]);

%% Coeficientes Modales -----
for n = 1:length(N_f)
    mode_coeff(n,:) = quadrature(N_f(n));
    for k = 1:3
        if(abs(quadrature(N_f(n)+k)) > abs(mode_coeff(n,:)))
            mode_coeff(n,:) = quadrature(N_f(n)+k);
        end;
    end
    for k = -1:-3
        if(abs(quadrature(N_f(n)+k)) > abs(mode_coeff(n,:)))
            mode_coeff(n,:) = quadrature(N_f(n)+k);
        end;
    end
end;

figure('Color','White')
plot(freq, mobility/100);
title('Movility');
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('m/s');
xlim([0 10000]);

clear AA_MAGBF_SH_MAGN_SP_MAGSPEC_ASPEC_FRFN_fSPEC_HSPEC_p...
SPEC_vTV_MAGaccelaccelerancecoincidentcoincident_ndF...
dif_coincdiv_coincefNyquistf_af_bforcefreqlim_freqlocs...
locs_nlocs_pmobilitydatanpkspks_npks_pposquadrature...
receptancevelmax_freqmin_freq

```



# Dynamic Analysis and Measurement of Dynamic Mechanical Magnitudes of Power Transmission Subsystems



# Problem



- Acoustic phenomena presented in nature can produce certain amount of disgust
- Automotive Industry
- Market requirements have forced engineers to deal with passengers **comfort and warranty of the products.**
- Investigations of squealing noises in specific systems of a car

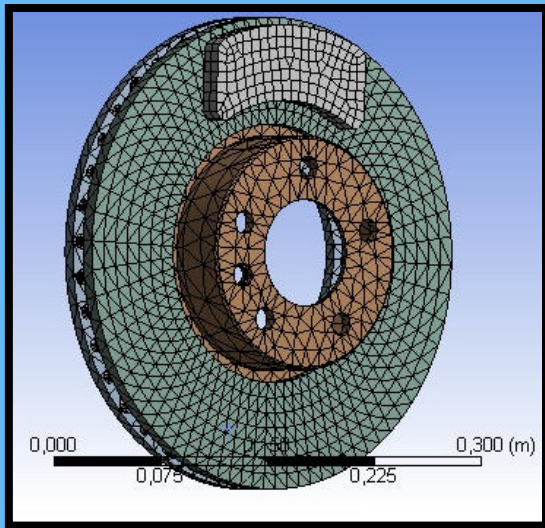


**Brake disc system**

# Our aims



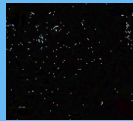
Perform a modal analysis and characterize the modes which are unstable and produce the uncomfortable squeal noise through the simulation of a braking system in ANSYS. Moreover we want to compare experimental and simulation results only in static conditions using different techniques of measurement.



## Next Steps

The implementation of dynamometer in order to produce torsional vibration in a disc brake and study the noises in a disc due to the resonance action of the natural frequencies.

# Diagram of modal analysis process



Disc



Excitation of system



Data acquisition



Data processing

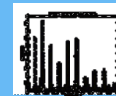


**ANSYS**

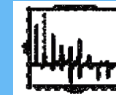
FEM Simulation



FFT



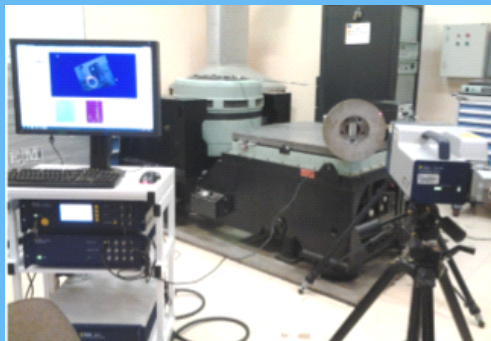
FRF



Natural Frequencies



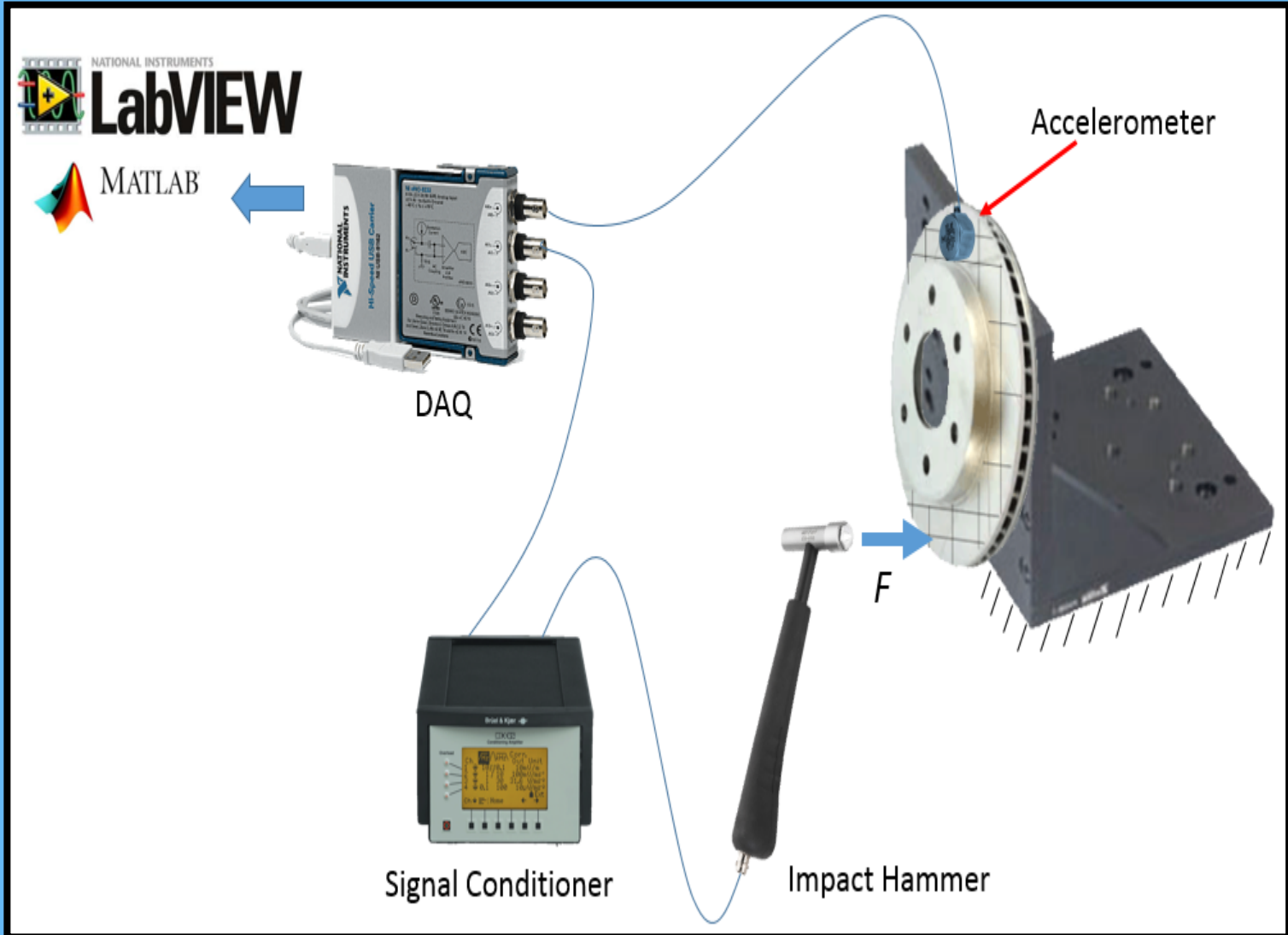
Modal shape



**Vibrometer**



# Impact Testing: FIXED VERTICAL DISC

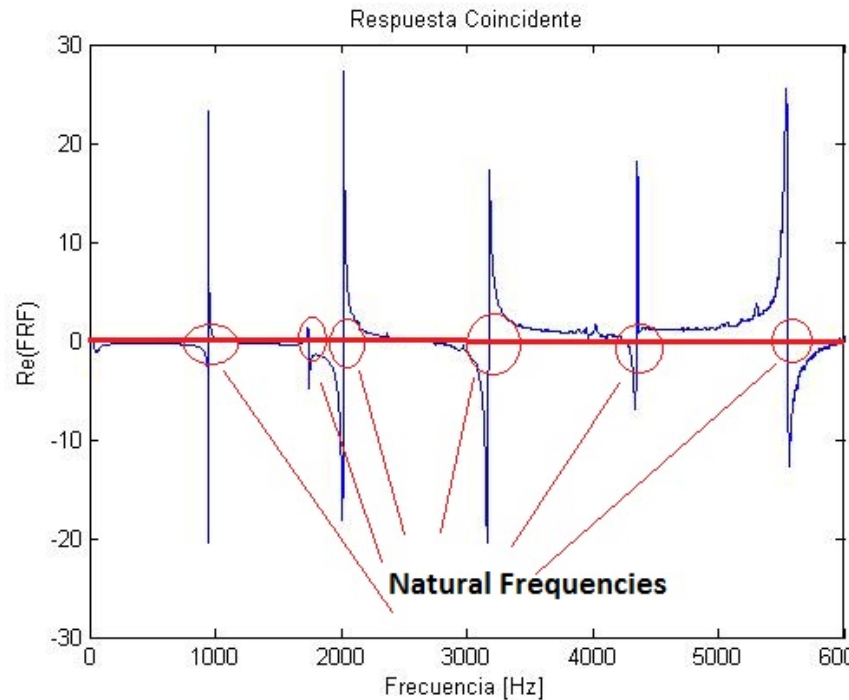




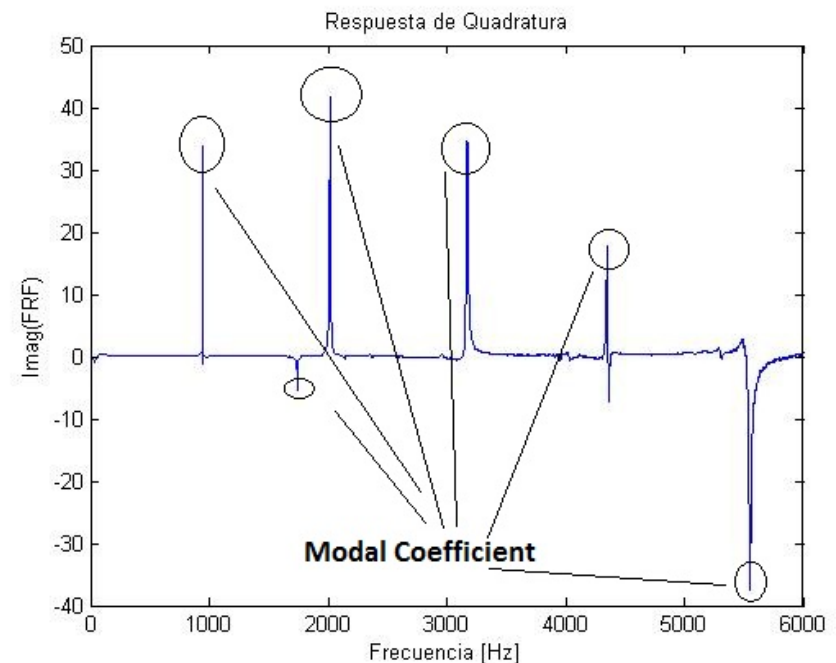


# Real and Imaginary part of Transfer Function

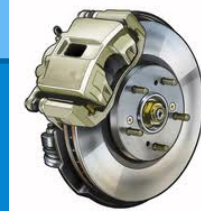
From the real part of the frequency TF we derive Natural Frequencies



From the imaginary part of the frequency TF we derive Modal Coefficients



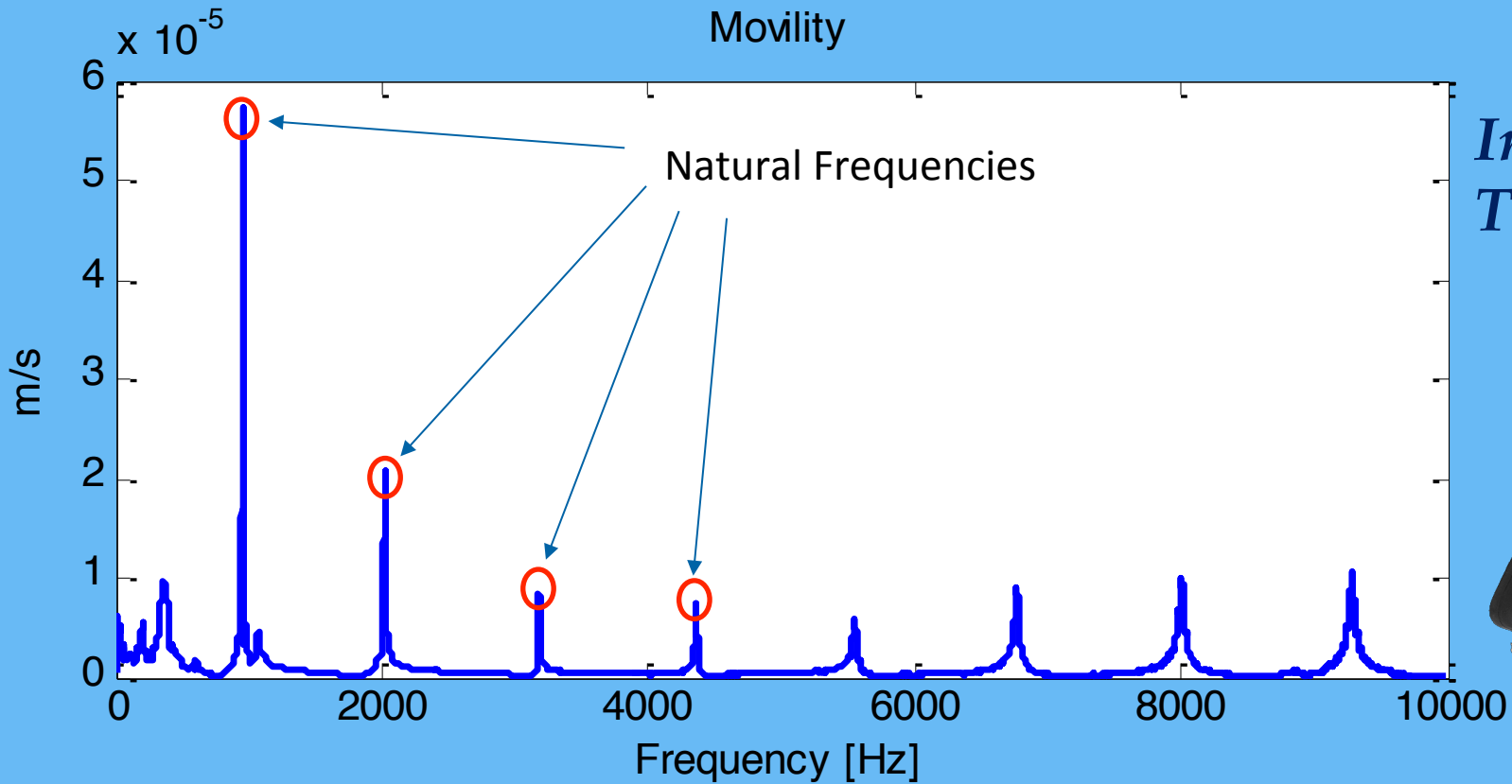
# VIBROMETER Testing: FIXED VERTICAL DISC





# Natural Frequencies

	2 <sup>nd</sup> Bending	3 <sup>rd</sup> Bending	4 <sup>th</sup> Bending	5 <sup>th</sup> Bending
Frequency (Hz)	957.926	1983.463	3225.185	4572.196



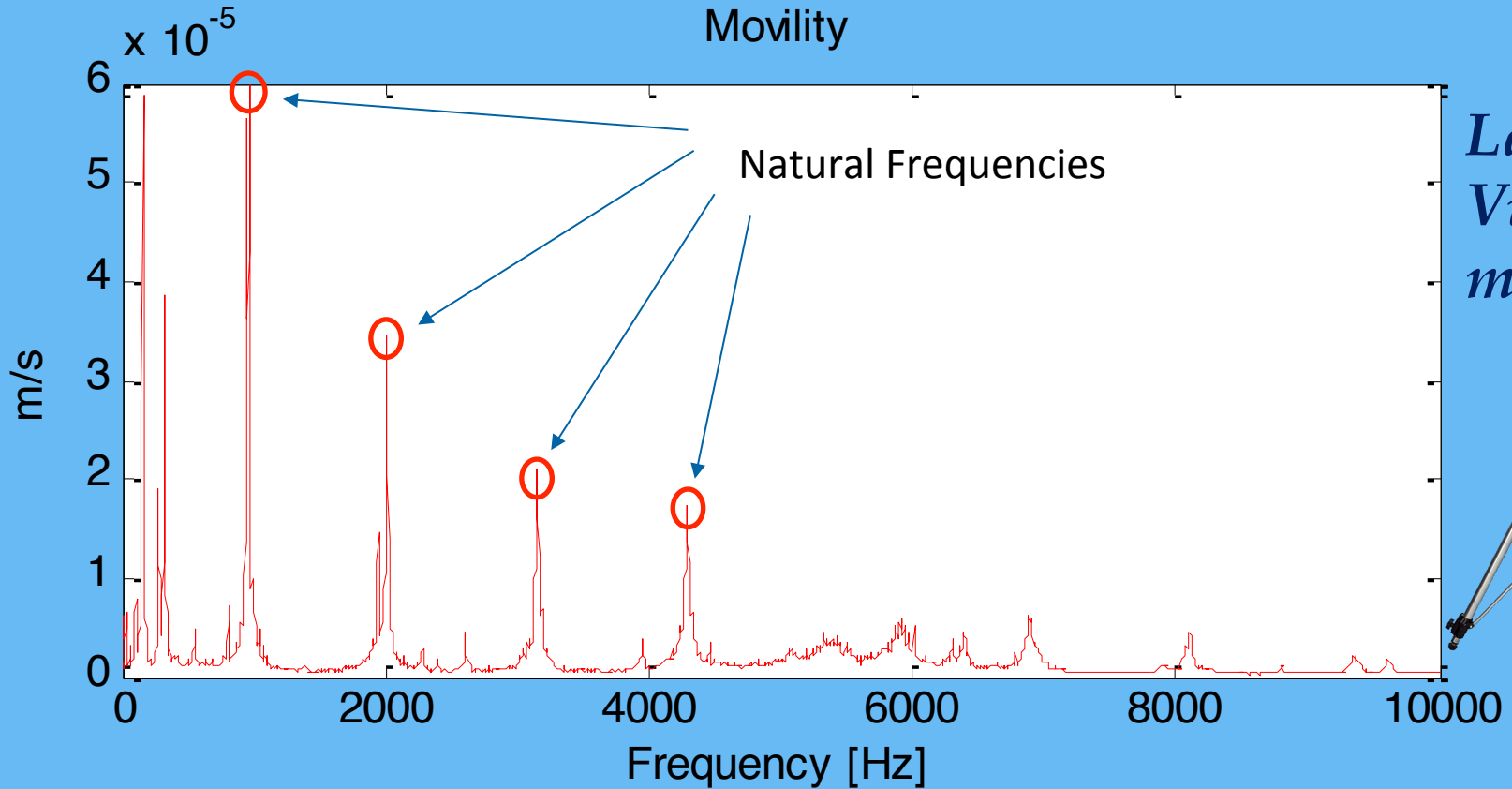
*Impact Testing*





# Natural Frequencies

	2 <sup>nd</sup> Bending	3 <sup>rd</sup> Bending	4 <sup>th</sup> Bending	5 <sup>th</sup> Bending
Frequency (Hz)	962.5	2012.5	3143.75	4284.375

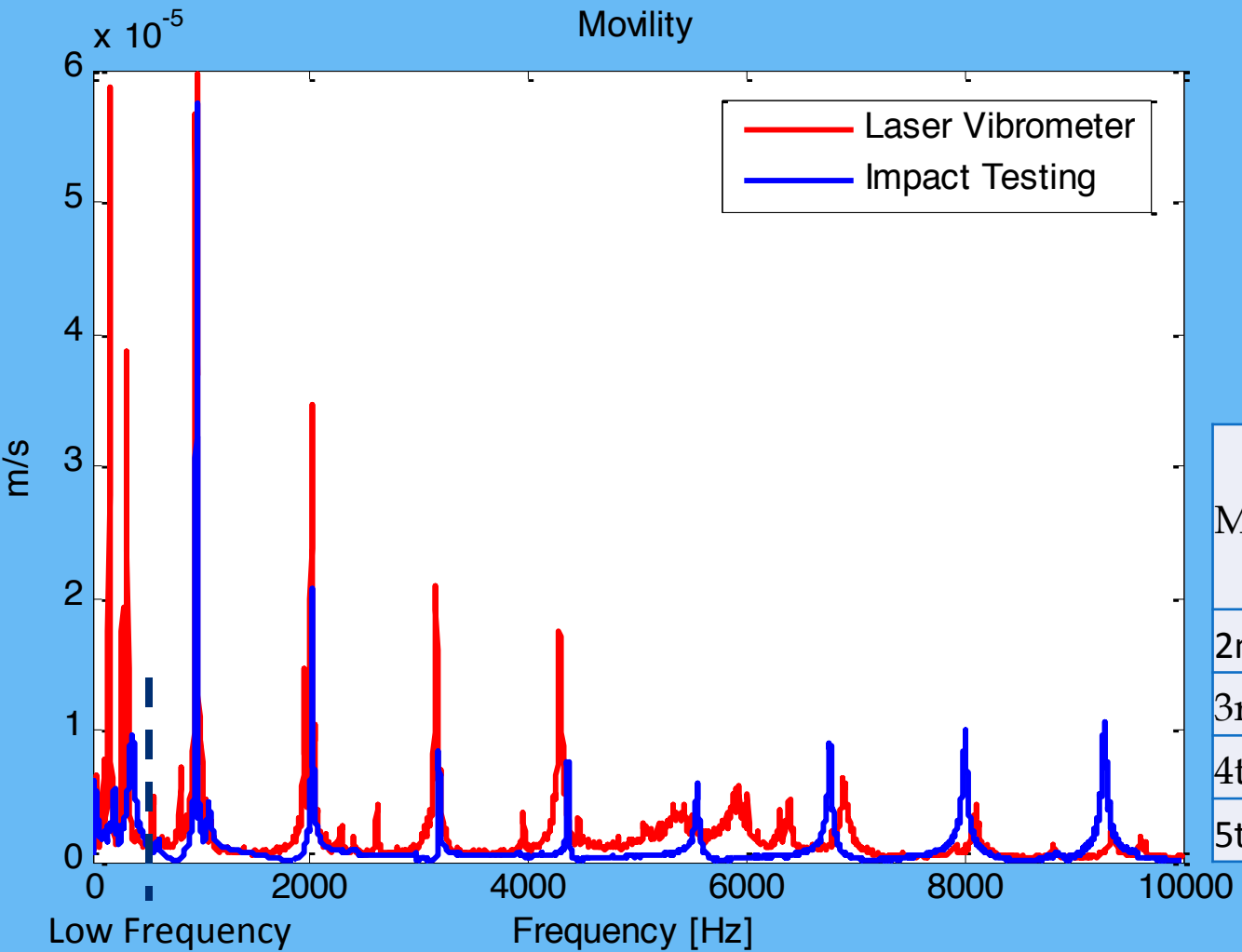


*Laser  
Vibro-  
meter*





# Natural Frequencies

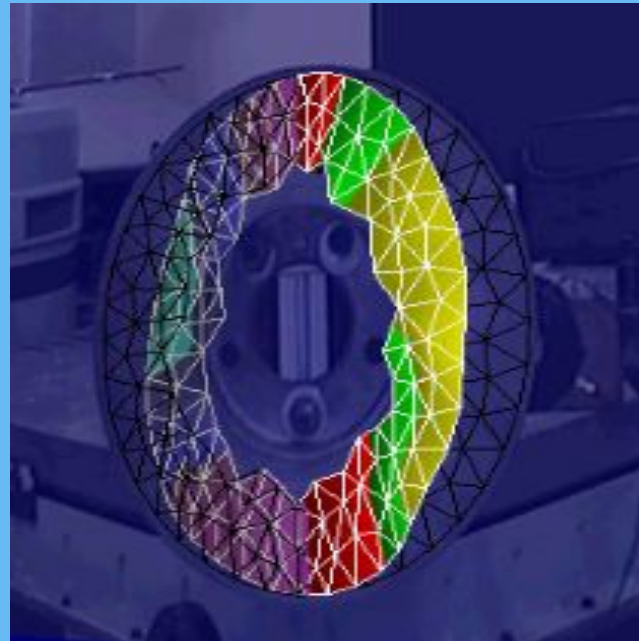


Mode	Impact Hammer (Hz)	Laser Vibrometer (Hz)
2nd	957.926	962.5
3rd	1983.463	2012.5
4th	3225.185	3143.75
5th	4572.196	4284.375

# Lowest Frequency Mode



Mode with the lowest frequency observed with the Vibrometer



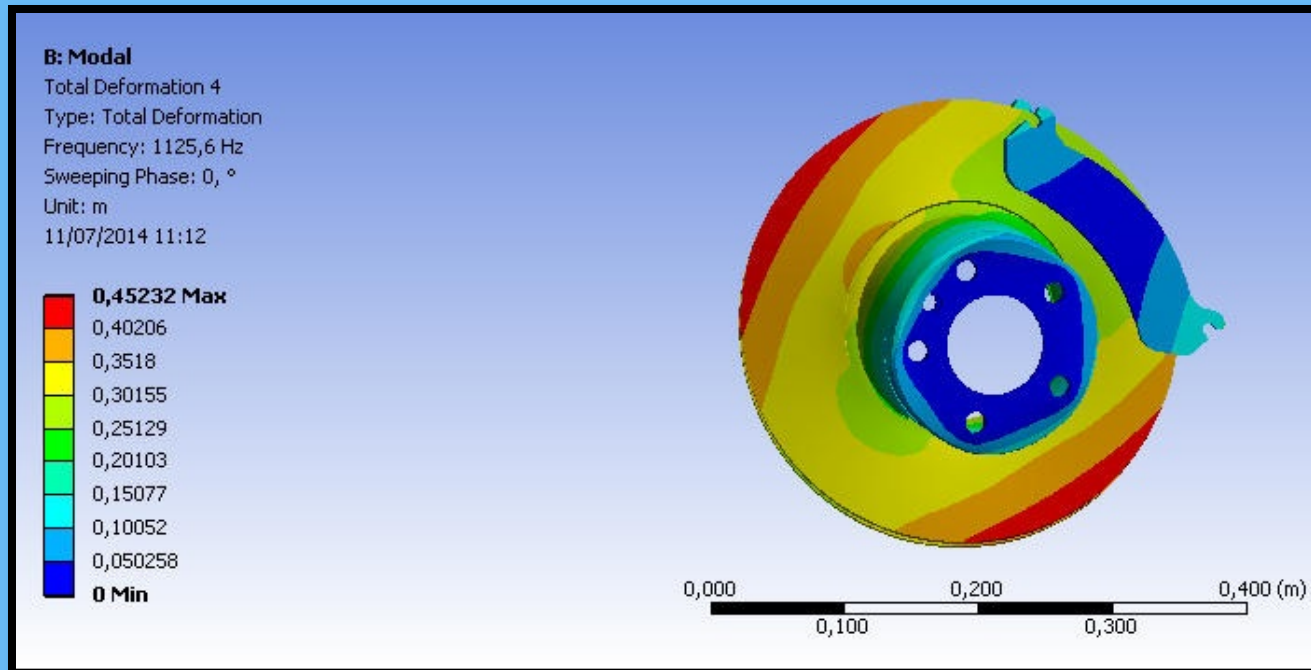
Frequency: 156.25 Hz

Characteristics: 2 nodes and 2 antinodes



NO RIGID BODY MOTION

# FEM model of the braking system





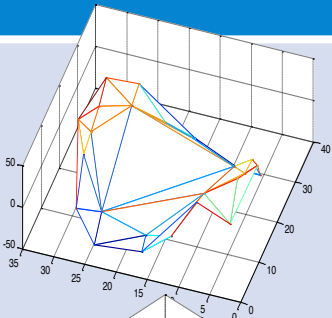
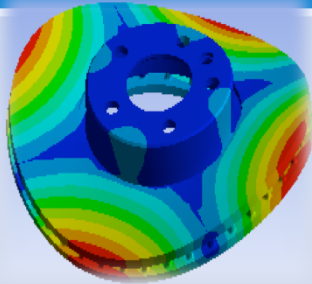
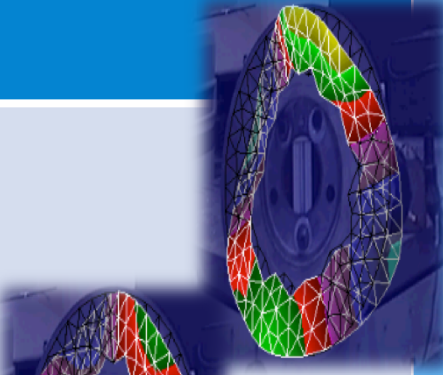
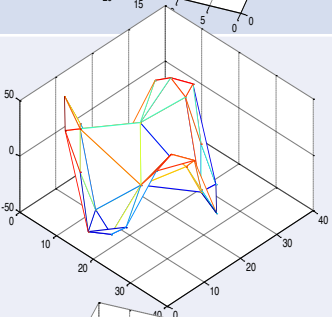
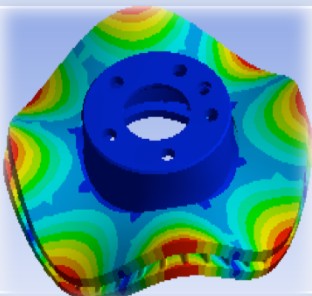
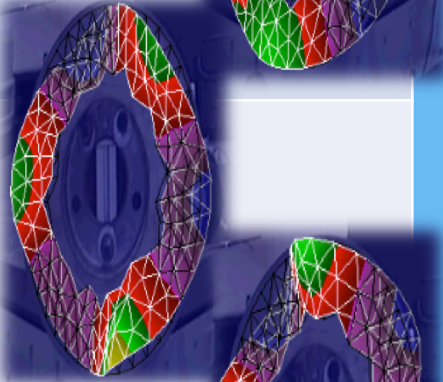
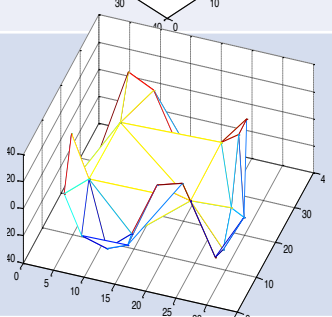
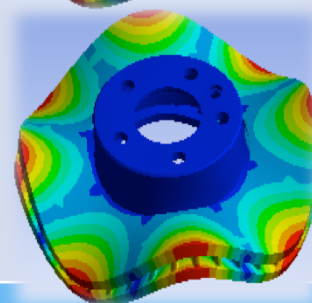
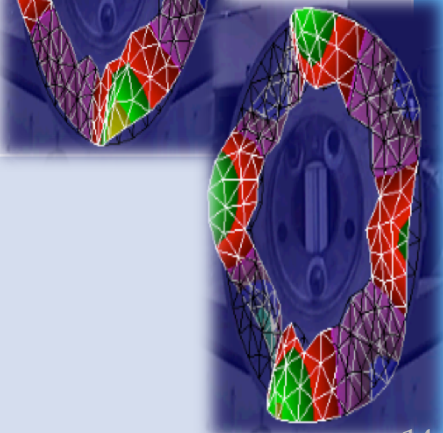
## Justification

- 1) Verify the experimental modal analysis
- 2) Study the effect of frictional and pressure contact of the pad to the moving disk
- 3) Understand the origin of squeal noise
- 4) Study the effect of changing some of the internal and external parameters





# Brake noise category

Mode	MATLAB	ANSYS	VIBROSCAN
2 <sup>nd</sup> Bending			
3 <sup>rd</sup> Bending			
4 <sup>th</sup> Bending			

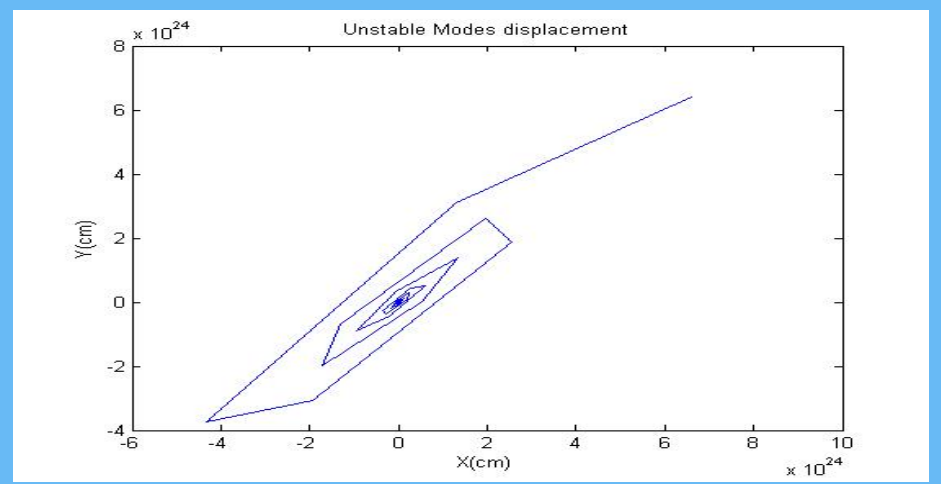
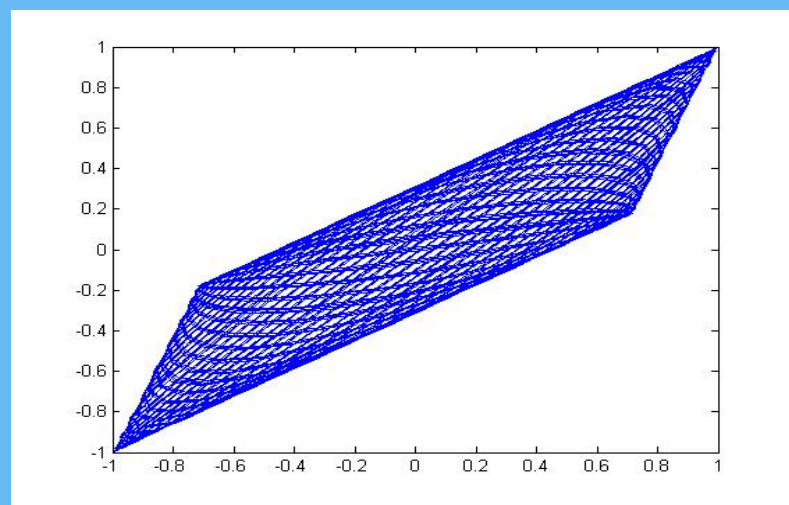
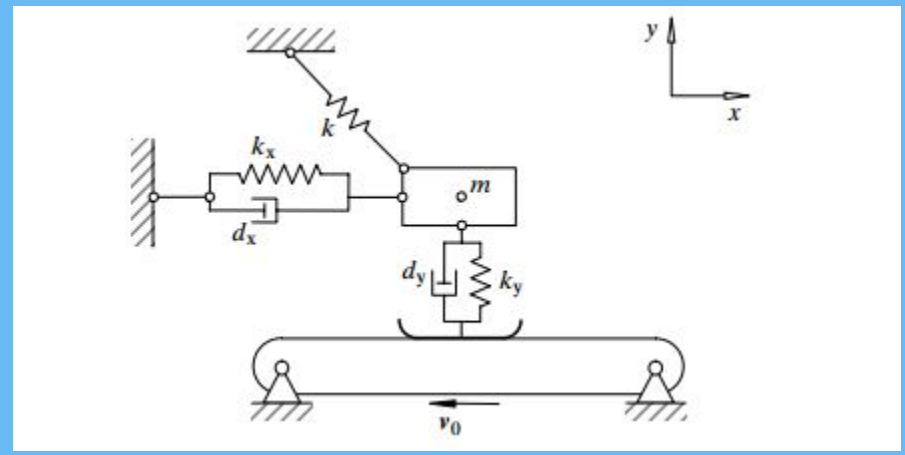


# Coupling Frequency

Normal Mode: A pattern of motion of the system

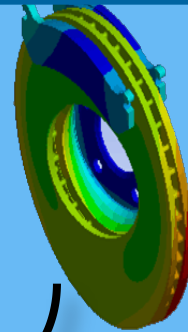
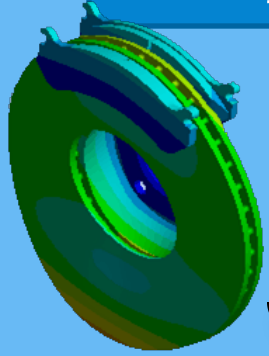
In simple linear system, two modes are completely independent

Friction force can make modes dependent on each other, and eventually generate instability

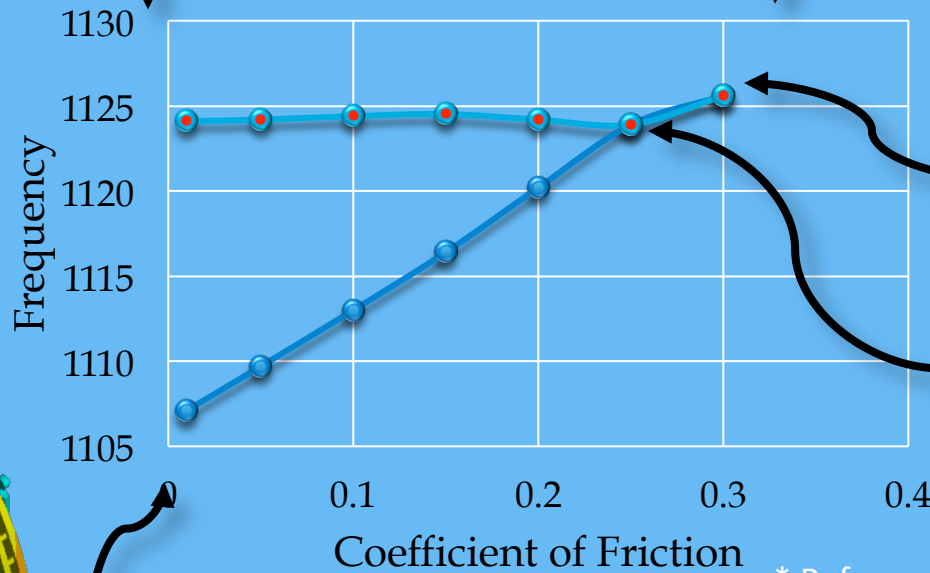




# Coupling Frequency



Mode Coupling due to Coefficient of Friction

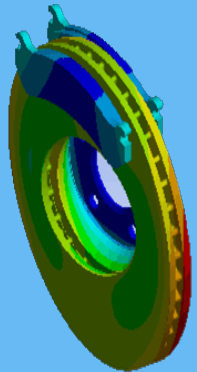


Frequency Variation when increasing coeff. of friction

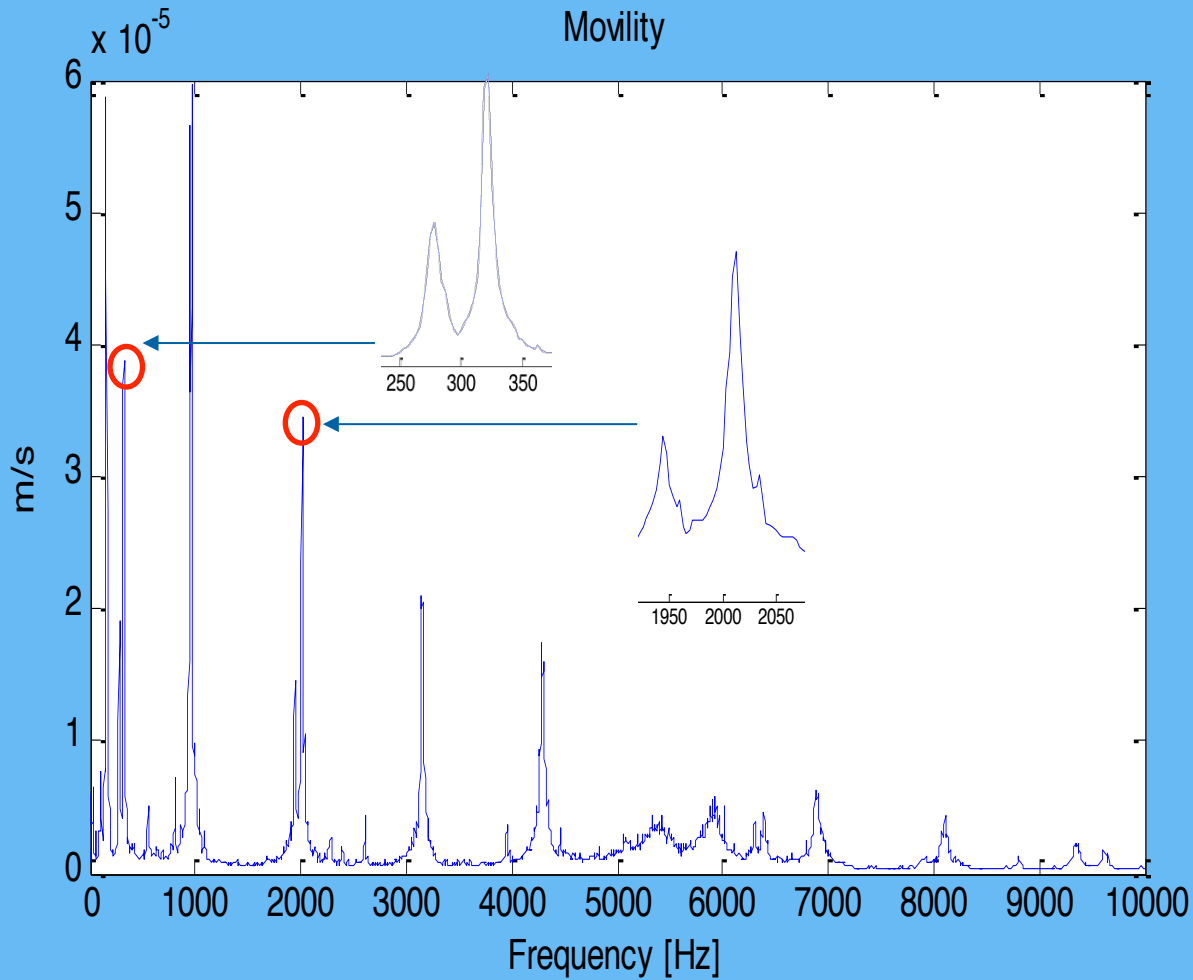
Mode Coupling

Mode 4 Mode 5

\* Reference:  
Trinches, M., George, S. Reduction of Squeal Noise from Disc Brake Systems Using Constrained Layer Damping. Federal University of Santa Catarina (2004.)



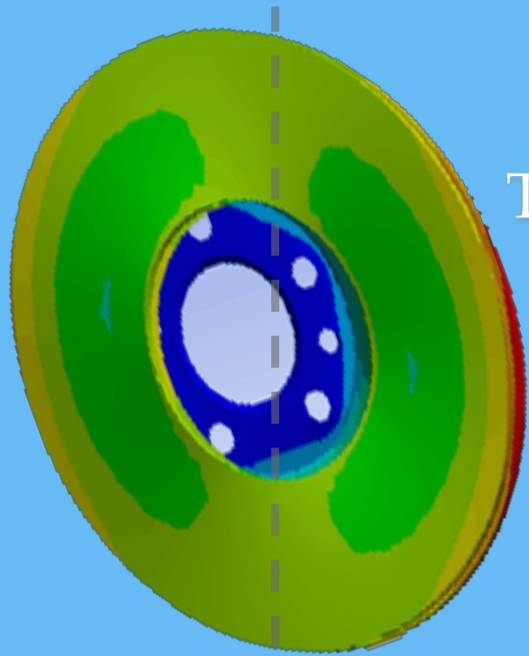
# Coupling Frequencies



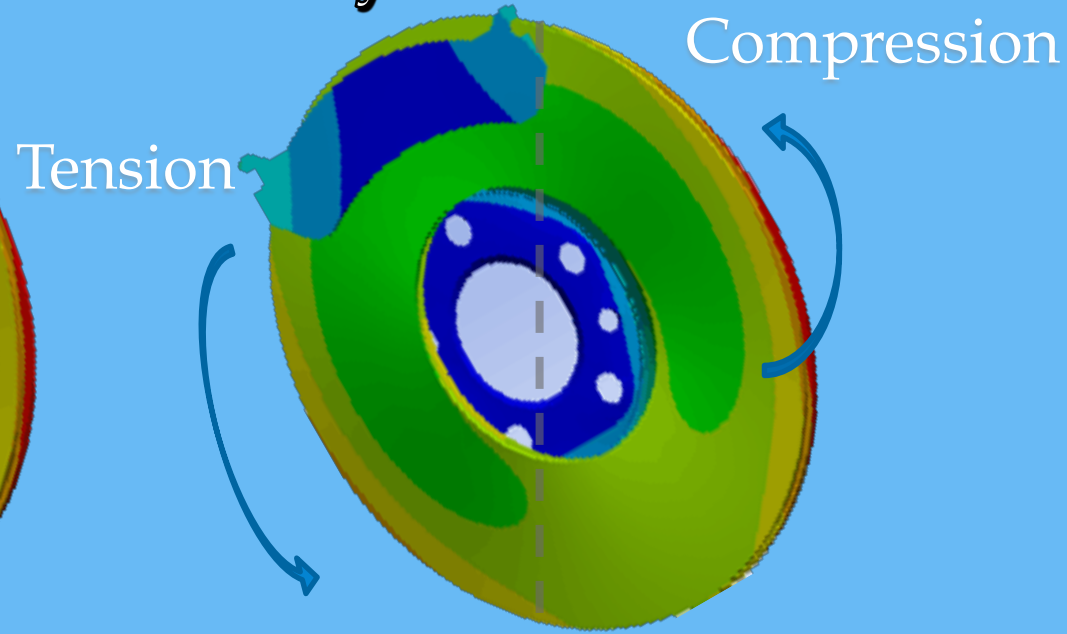


# Squeal Noise Generation

**Without Pad:  
Symmetric**



**With Pad and  
friction:  
Asymmetric**



The disc rotor is acting like a "speaker" (sound wave radiated from the rotor surfaces).



# Brake noise category

- **Low frequency noise:**

Frequency range between 100 and 1000 Hz. Caused by friction material excitation at the rotor and lining interface.

- **Low frequency squeal:**

In the frequency range above 1000 Hz yet below the first rotational mode of the rotor. It is caused by mode coupling between the rotor and brake corner components

- **High frequency squeal:**

One of the most troublesome noise issues: occurring at frequencies above 5 kHz. Induced by friction excitation imparted on coupled modes of the rotor itself. In particular **rotational** and **transversal** modes couple for this noise to occur.

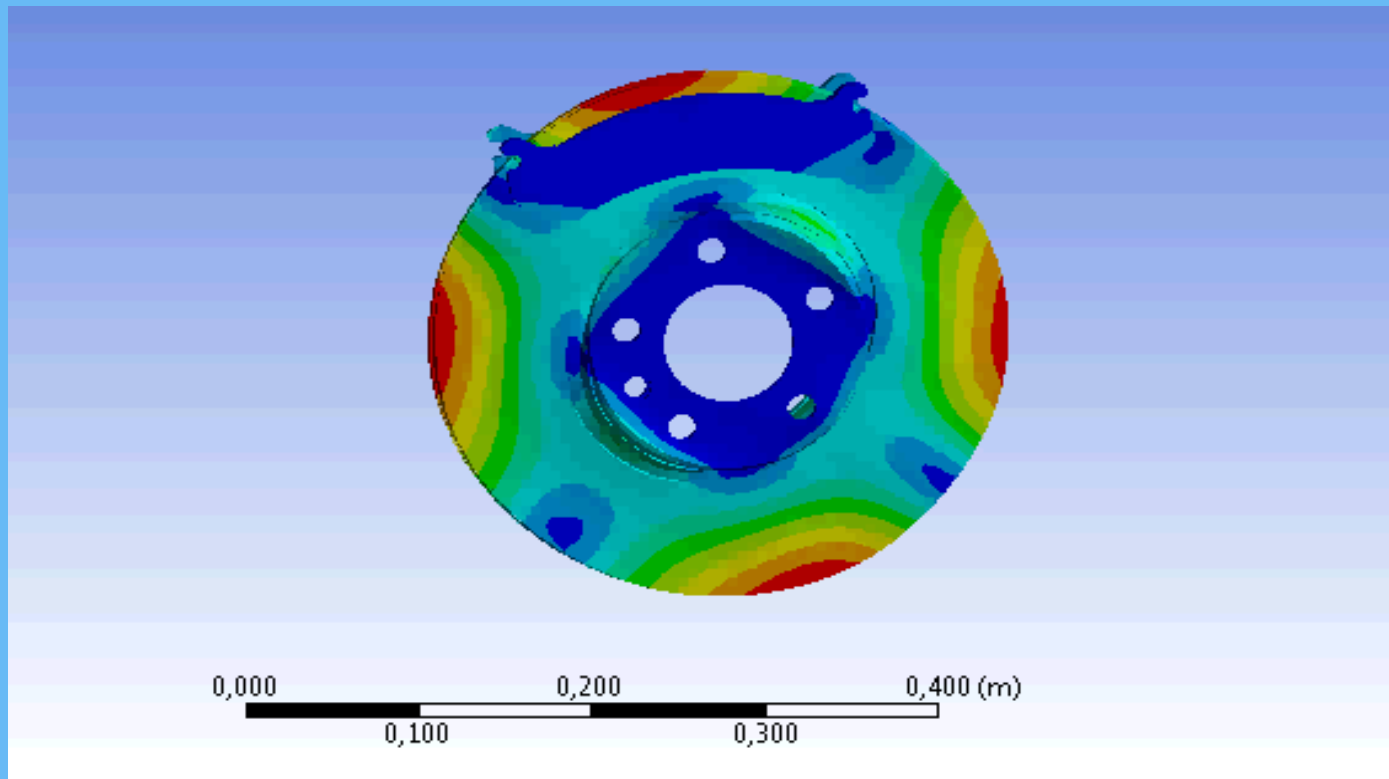
**Reference:**

**An Investigative Overview of Automotive Disc Brake Noise**

**K. Brent Dunlap, Michael A. Riehle and Richard E. Longhouse**

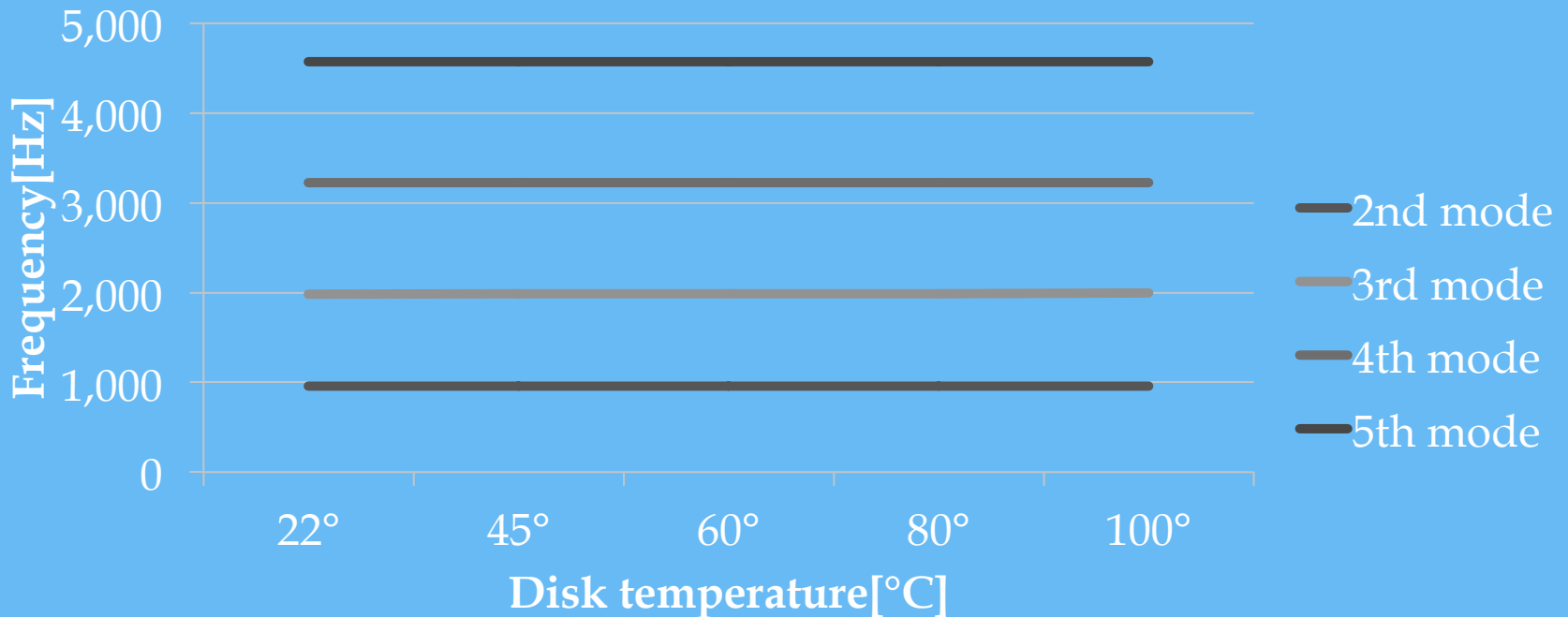
**Delphi Chassis Systems**

# High Frequency Squeal Mode



Coupling Frequency: 6814 Hz  
A rotational and transversal mode couple

# Simulated effect of temperature



Temperature of the brake DOESN'T influences the mode frequencies



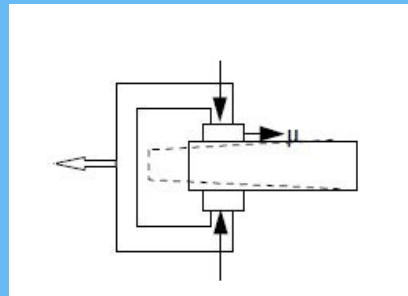
What changes is the FRICTION COEFFICIENT



# Summary: Mechanisms to produce noise



- Friction force excitation of one of the natural frequencies of the brake
- Non-ideal flatness and non uniform roughness of the disk that cause strong variation in friction force



- Tangential excitation of the brake result in non-uniform density of the material one part will be in tension and the other in compression
- Feedback type mechanism that makes the system to increase the friction force as well as the effect previously defined.

## Possible Solutions

- ▣ Increase the rotor stiffness.
- ▣ Modify the geometry of the brake pad and disk, as well as their mass.
- ▣ Use of insulator to insert damping in the system to make more resistive to friction force.

# Conclusions



1

- The frequency obtained by the processing of the impact test simulation are very similar to the vibrometer ones

2

- A comparison between the result of a FEM software and the experimental one confirms our derivation

3

- The squeal noise can't be attributed to one mechanism only, but a series of them

4

- A unique solution to the problem doesn't exist, but some changes could be done to reduce the squeal

# QUESTIONS/PREGUNTAS

