

## El conocimiento de las matemáticas

[Jaime Melchor Aguilar y Verence Melchor Mateos](#)

Instituto Tecnológico de Oaxaca y Universidad Mesoamericana (campus Oaxaca),  
México.

[jmclchor@hotmail.com](mailto:jmclchor@hotmail.com)

**Resumen.** En el artículo *el conocimiento de las matemáticas* se destaca la forma en que actualmente se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de esa ciencia en la mayoría de las instituciones educativas de nuestro país; se hace énfasis en algunas particularidades de los alumnos, de los maestros, de la enseñanza y del aprendizaje; se menciona que, en la mayoría de los casos, la propuesta cognitiva de Piaget es ignorada por quienes enseñan matemáticas y finalmente se alude a una propuesta dialéctico-crítica de apropiación de conocimiento.

### Presentación

En la interacción con alumnos, maestros, directivos e investigadores es frecuente escuchar expresiones relacionadas con la ejecución de acciones a las cuales se identifica con el nombre aprendizaje, de enseñanza o de conocimiento. Sin embargo, no todos los profesionales que se desempeñan en la educación y la investigación entienden las diferencias que existen entre las categorías señaladas: el aprendizaje, la enseñanza, el conocimiento y, desde luego, que tampoco consideran necesario detenerse a reflexionar al respecto. Sin embargo, al analizar el proceso educativo es oportuno diferenciar cada uno de esos constructos.

Sin soslayar la abundancia del conocimiento matemático y la importancia del mismo en el desarrollo de la humanidad, desde la educación primaria y la secundaria, si no es que desde el hogar mismo, las Matemáticas son tomadas como valiosas en sí mismas y no como una herramienta para desarrollar la inteligencia, para comprender y explicar la naturaleza, para diseñar equipo y para potenciar el desarrollo de la ciencia y la tecnología. (Roldos y Pons, 2001) En la actualidad, es frecuente que los ejercicios de Matemáticas en todos los niveles educativos se vuelven mecanizados, con énfasis en la memorización (Reyes, 2001; Gázquez, 2001), repetitivos, abundantes, sin ninguna lógica en su enseñanza. En muchos casos, la enseñanza y el aprendizaje producen alergia y frustración en los estudiantes en vez de satisfacción por el logro obtenido. En este sentido, los teóricos dicen que en el análisis de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, es preciso partir del generalizado rechazo y el temor hacia ellas. (Gázquez, 2001).

La forma en que se enseñan las Matemáticas propicia que los ejemplo que se *resuelven* en las aulas no se relacionen, de manera directa y específica con los fenómenos de la realidad. En este sentido, César Coll, dice: "El alumno aprende un contenido cualquiera -un concepto, una explicación de un fenómeno físico o social, un procedimiento para resolver determinado tipo de problemas, una norma de comportamiento, un valor a respetar, etc.- cuando es capaz de atribuirle un significado. De hecho, en sentido estricto, el alumno puede aprender también estos contenidos sin atribuirles significado alguno; es lo que sucede cuando los aprende de una forma puramente memorística y es capaz de repetirlos o de utilizarlos mecánicamente sin entender en absoluto lo que está diciendo o lo que está haciendo. La mayoría de las

veces, sin embargo, lo que sucede es que el alumno es capaz de atribuir únicamente significados parciales a lo que aprende: el concepto aprendido -o la explicación, o el valor, o la norma de conducta, o el procedimiento de resolución de problemas- no significa exactamente lo mismo para el profesor que lo ha enseñado que para el alumno que lo ha aprendido...”(Coll, 2001).

Para el hombre, las Matemáticas son importantes en sí y para sí. Es decir, para el ser humano, las Matemáticas son importantes por la potencia del conocimiento que en ella existe; no es posible imaginarse el avance de las ciencias sin la participación de las Matemáticas: la comunicación a distancia, por todos los medios; la construcción de equipo...; es más, hasta la misma guerra entre las naciones es diferente por el avance del conocimiento matemático. Los contenidos de esa ciencia son importantes para sí, para el hombre, porque pueden propiciarle el desarrollo de la abstracción y la explicación racional de la realidad.

Además, las Matemáticas son una herramienta de uso casi universal y lo digo así porque se utilizan en la mayoría, si no es que en todas las ciencias. Pero debe reconocerse también que tiene limitaciones. El ideal de representar mediante modelos matemáticos, por ejemplo, el comportamiento de una sociedad o del hombre mismo es algo que no ha podido ser alcanzado debido a que el hombre cambia no sólo porque esa sea su naturaleza sino por el devenir mismo de la sociedad en la que se desenvuelve.

En la información que fue localizada en Internet nos permitió confirmar que, no obstante el nivel de desarrollo que tienen la UNAM, la UAM, el ITAM, y el IPN, los profesionales que fueron seleccionados para analizar la situación que prevalece en torno a las Matemáticas siguen pensando en procesos de aprendizaje y de enseñanza y no en los de apropiación de conocimiento como sugieren otras propuestas cognitivas. (Covarrubias, 1995a; Covarrubias, 1995b, Covarrubias, 1999a; Covarrubias, 1999b).

## **1. El problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**

De todas las asignaturas que se imparten en las instituciones educativas, las Matemáticas son las que mayor grado de dificultad representan para la mayoría de los estudiantes, sin importar el nivel escolar de que se trate.

El problema de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas (reprobación, bajo aprovechamiento académico, deserción, aversión del alumno, entre otros aspectos) empiezan en el momento en que la mayoría de los maestros de esa asignatura, desde los que atienden la educación básica hasta los de posgrado, viven con la seguridad de que esa asignatura es la más importante y la más difícil (Roldos y Pons, 2001) de todas las que se imparten en las escuelas y de que ellos son las personas más inteligentes de todos cuantos se dedican a la enseñanza. En cuanto a la segunda afirmación es necesario agregar que además de las Matemáticas, el pensamiento generado por los filósofos es sumamente potente y permite entender, inclusive, a las Matemáticas mismas en su amplitud.

El problema de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas no es un asunto que incida en las escuelas ubicadas en la provincia o a las que tienen pocos años de funcionamiento sino que también se presenta en las instituciones que parecen ya consolidadas, como la UAM, La UNAM, el ITAM y el IPN. En el mes de abril del año 2001 una Comisión en la cual participaron especialistas de esos planteles analizaron esa situación. Entre lo más sobresaliente que ellos destacaron podemos mencionar lo

siguiente: el aprendizaje de las Matemáticas constituye una cuestión crucial para la educación, desde el nivel básico hasta el superior, pues representan un vehículo para el desarrollo del razonamiento lógico y las habilidades relacionadas con éste. Son, además, herramienta fundamental para el estudio y la comprensión de otras disciplinas. Para abundar en este aspecto, a continuación nos referiremos a los alumnos, los maestros, la enseñanza, el aprendizaje, la propuesta de Piaget, la apropiación de conocimiento.”(Gázquez, 2001).

## 1.1. ALUMNOS

Los alumnos que estudian Matemáticas viven temerosos de preguntar y, sobre todo, de hacerlo ante el maestro o a sus compañeros. Además, la mayoría de ellos, ignoran qué es lo que necesitan conocer para aprender Matemáticas. Por lo general, los alumnos aprenden las Matemáticas separadas del campo donde se utilizan.

En la UAM, un “...reclamo constante de los profesores de Matemáticas de las tres unidades es que, en muchos casos, los alumnos llegan a la institución con una preparación matemática francamente deficiente que les impide un aprovechamiento mínimamente aceptable en los cursos de nivel superior, situación que sólo en un porcentaje mínimo son capaces de superar. Como es lógico, esto se traduce en altos porcentajes de reprobación y deserción, que son preocupación constante, tanto de los profesores como de las autoridades [...] Tratando de mejorar la situación, se han puesto en marcha distintos programas: rediseño del examen de ingreso, exámenes de ubicación, cursos propedéuticos, etc.; pero los resultados no han sido los esperados, quizás porque se requiere de un acercamiento que contemple el problema dentro de un marco más general y busque soluciones a más largo plazo.”(Gázquez, 2001).

La misma Comisión dice que las “...dificultades que los alumnos tienen para aprender Matemáticas, así como su bajo rendimiento en este campo del saber, no son privativas de la disciplina. Cuando, en el caso de las Matemáticas, se analizan las causas de esta problemática, resulta claro que están presentes también en el aprendizaje del resto de las disciplinas. Pensamos que el caso de las Matemáticas lo hace más evidente pues, por su naturaleza, la evaluación y calificación de exámenes, ejercicios y tareas no deja lugar a dudas acerca de la corrección o no de las respuestas (por supuesto, distintos maestros le dan mayor o menor peso a los errores y como consecuencia otorgan distintas calificaciones. Pero estas diferencias son consecuencia de lo que el maestro considere más o menos importante y no de la naturaleza de las Matemáticas). También es conveniente aclarar que esta problemática es compartida por la mayoría de las instituciones de educación superior del país, públicas y privadas y que tampoco se circunscribe a nuestra nación: es un problema que afecta a una buena parte del mundo en que vivimos.” (Gázquez, 2001).

A este respecto, puede decirse que el alumno que reprueba Matemáticas es el que no alcanza a comprender que él no dispone de algún conocimiento previo que se requiere y que necesita conocer. Además de que es posible que el mismo alumno no haya desarrollado el pensamiento abstracto que es fundamental para esa acción. En pocas palabras, en el proceso educativo actual, se requiere que el alumnos aprenda lo que el maestro Matemáticas le enseña sin que haga preguntas adicionales.

Se dice también que “...los alumnos inician sus estudios con una preparación matemática deficiente, lo que en parte provoca una fuerte deserción...” (Gázquez, 2001). Por otra parte, la “...amplitud de los programas de los cursos, la rapidez con que éstos se imparten, la falta de ejemplos que muestren la relación de la materia con el resto del currículum y la escasa motivación con que los emprenden, no permiten al alumno ubicar

correctamente el contenido, limitando su esfuerzo a estudiar para pasar los exámenes, material que olvida en su mayor parte en el período intertrimestral. Esto último tiene, como consecuencia, que los profesores se encuentren constantemente en la disyuntiva de repasar el material que se supone que los alumnos ya conocían -cuestión que va en contra del cumplimiento cabal del nuevo contenido - o continuar adelante, dando por sabidos los antecedentes- decisión que implica, en muchas ocasiones, dejar de atender a una buena proporción de los estudiantes-." (Gázquez, 2001).

Los alumnos no tienen el hábito de recurrir a asesorías y, cuando lo hacen, el profesor dispone de poco tiempo para ello o carece de la formación y experiencia necesarias para atenderlos, de manera personalizada. (Gázquez, 2001)

Por otro lado, en muchas escuelas, los estudiantes se limitan a fotocopiar estrictamente las páginas que contienen los ejercicios, problemas o material específicamente recomendado por el maestro. Tal costumbre fomenta el aprendizaje mecánico, acrítico y deficiente de la materia en cuestión. (Gázquez, 2001).

## 1.2. MAESTROS

Por las circunstancias en las que se han formado los maestros de educación superior, una gran cantidad de ellos no saben con precisión si promueven el aprendizaje, el conocimiento o la enseñanza. Se les ha indicado que tienen como función principal la enseñanza, pero desconocen en qué consiste esa tarea y se dedican a hacer lo mismo que sus maestros hicieron con ellos; muchos maestros imitan al mejor que ellos conocieron o hacen lo mismo que aquél que los reprobó para desquitarse de lo que padecieron.

En algunas de las instituciones educativas, son escasos los maestros de Matemáticas que se ocupan de preguntarse cuáles son las necesidades de los alumnos; de preparar textos en los cuales se especifiquen de manera clara todas las particularidades que requiere el conocimiento de las Matemáticas; de formar talleres de Álgebra, de Trigonometría o de Cálculo. En el caso de la educación superior y de posgrado, los maestros de Matemáticas no se ocupan de interactuar con quienes imparten otras asignaturas para comentar la forma en que se utiliza lo que ellos enseñan con tanto esmero pero que, en muchas ocasiones, desconocen cómo se puede utilizar.

Desde luego que puede dejar de reconocerse la complejidad y la abundancia del conocimiento matemático, pero me parece que son pocos los "maestros de Matemáticas" que son capaces de resolver problemas diferentes a los que se señalan en los libros o de aplicar sus conocimientos a situaciones específicas de la vida cotidiana. Una gran cantidad de maestros que enseñan Matemáticas y que creen saber Matemáticas tienen problemas para entender, ellos mismos, algunas nociones como la de límite. También me parece que uno de los problemas específicos de la educación, la reprobación, es un asunto concerniente de manera prioritaria a los maestros más que a los alumnos.

En su actividad docente, los maestros de Matemáticas, como los de otras asignaturas, olvidan que un alto porcentaje del conocimiento que enseñan en las aulas ellos no lo adquirieron cuando fueron estudiantes sino que se apropiaron de él con base en un esfuerzo personal, muchas veces angustiante, pero, finalmente, satisfactorio, al conocer lo que desconocían. Es decir, los maestros de Matemáticas no reconocen de manera explícita la importancia de conocer por uno mismo y a una velocidad propia y no a la de otro.

Los maestros de Matemáticas disfrutan cuando los alumnos reprueban un determinado curso. Ellos creen que esa acción les permite ser concebidos como profesionales "duros"

que tienen suficiente conocimiento matemático. En esas circunstancias, los maestros no se cuestionan sobre las razones por las cuales los alumnos no entienden lo que ellos explican. Los maestros reprobadores deberían vivir angustiados por los resultados de su trabajo.

Los maestros de Matemáticas, como los de otras asignaturas, viven atormentados por la aplicación de exámenes y su correspondiente "calificación". Es sumamente difícil encontrar a un maestro de Matemáticas que excluya los exámenes de su práctica docente cotidiana. Los exámenes están considerados como la esencia misma de la escuela y los maestros no los toman como un indicador del avance de los alumnos y la necesidad de proporcionar apoyos adicionales sino como la herramienta principal que permite colocar una calificación aprobatoria o reprobatoria a los estudiantes. En algunas ocasiones, detrás de los exámenes, se escudan arbitrariedades que pueden llamarse de otro modo.

Los teóricos de la enseñanza dicen que puede "...afirmarse que una parte considerable del profesorado piensa que su compromiso docente queda cubierto, de manera suficiente, con la impartición de sus cursos y que eso basta para que los alumnos lleguen a los cursos posteriores con la preparación adecuada. Asimismo, esta amplia proporción de profesores considera que el establecer las relaciones entre los temas de diversos cursos es un problema que atañe, esencialmente, a los que diseñaron los planes y programas de estudio de las diversas carreras. A partir de estos puntos de vista, resulta opcional (y no obligatorio) asistir a reuniones para discutir cómo cumplir con los programas de estudio, elegir un texto que sea usado por alumnos a lo largo de varios trimestres o la elaboración de exámenes departamentales. Para esta concepción del trabajo docente, la simple yuxtaposición de esfuerzos individuales, establecida por los planes, hará que la formación de buen nivel de los estudiantes ocurra "por añadidura", esto es, sin esfuerzo adicional alguno de relación entre colegas." (Gázquez, 2001).

Por otra parte, los maestros de Matemáticas piden que sus alumnos resuelvan con rapidez los problemas que les plantean. En esa exigencia, los maestros olvidan que ellos también eran lentos cuando empezaron su aprendizaje de esa ciencia, pero la repetición de los mismos problemas en cada semestre les hace expertos y rápidos en la solución de los problemas ya ensayados.

Desde mi punto de vista, la mayoría de los maestros que se desempeñan tanto en educación primaria como en secundaria, profesional o posgrado, desconocen que el Álgebra requiere trabajo con abstracciones y que esa asignatura es una de las bases para el desarrollo de la inteligencia. Siguiendo, a Piaget (Piaget, 1969; Piaget, 1978; Piaget, 1994) tendríamos que reconocer que el paso de una actividad abstracta requiere que se haya trabajado con los objetos mismos a fin de prescindir de ellos en la etapa posterior. Desde luego que no todos los alumnos requieren trabajo intenso con los objetos concretos para acceder al trabajo abstracto.

Tanto los maestros de Matemáticas, como los de las otras asignaturas y los alumnos están convencidos de la necesidad de las Matemáticas en los planes de estudio específicos de cada disciplina, pero cuando se les pregunta con más detalle y profundidad, aquellos no muestran claridad en el porqué en sus argumentos. Bajo estas circunstancias, los contenidos matemáticos de los planes de estudio no tienen una justificación clara, lo que provoca que se discutan diversos contenidos muy contrastantes e inclusive se piense en la eliminación de las Matemáticas. Como consecuencia, el alumno no le da importancia, ni pone empeño en el aprendizaje de las Matemáticas,

conformándose con aprobar los cursos y olvidando sus contenidos tan pronto eso sucede. (Gázquez, 2001).

### 1.3. LA ENSEÑANZA

La enseñanza de las Matemáticas no escapa de una de las características más importantes del proceso educativo actual: abunda la información verbal y es escasa la actividad de los alumnos. Esa forma de trabajo en las escuelas "...tiene una larga tradición y los alumnos están habituados a ella. Esta poderosa inercia ha impedido a los estudiantes percatarse que en las ciencias, en particular en las Matemáticas, lo importante es entender y explicar. La forma en que actualmente se trabaja en las aulas provoca que, los estudiantes, en lugar de estar atentos a los razonamientos del maestro con relación al problema que se está resolviendo y participen en ese proceso, se limiten –siguiendo su tradición de aprendizaje– a tomar apuntes que después tratarán de memorizar al estudiar para los exámenes. Diversos factores contribuyen a que esta situación no cambie: con frecuencia el maestro está acostumbrado a esta forma de cosas y lo ve como natural; en las instituciones educativa no se conoce otra forma de trabajar con los alumnos; por lo extenso de los programas, el maestro decide cubrirlos en su totalidad y no se da tiempo para generar el diálogo, fomentar las intervenciones de los alumnos y hacerles ver que es posible sacar más provecho, así, a los tiempos de las clases. Otro elemento importante es que un porcentaje alto de los alumnos no dispone del libro de texto, pues resulta caro adquirirlo, y por otro lado no se encuentra en cantidades adecuadas en la biblioteca, provocando con ello que los estudiantes se dedique a copiar todo lo que el maestro escribe en el pizarrón, pasando a segundo término la comprensión de lo que se está tratando. (Gázquez, 2001).

El desfase entre los cursos de Matemáticas y los de las otras disciplinas en las que, según lo programado, el alumno aplicará los conocimientos matemáticos adquiridos, tiene como consecuencia una confusión considerable por parte de los alumnos, que se ve acrecentada aún más cuando los maestros de otras disciplinas le "dan la vuelta" al uso de las Matemáticas. Esta dificultad se podría salvar si en los cursos de Matemáticas se contemplasen también los usos y las aplicaciones de los temas matemáticos en estudio, pero con frecuencia el maestro de Matemáticas no tiene tiempo para explicarlos o los desconoce. (Gázquez, 2001).

Una problemática que, en sentido estricto corresponde a los maestros, pero que incide en los puntos arriba señalados, es que en general la adquisición del conocimiento es vista como un fenómeno mecánico en el que los alumnos simple y sencillamente van almacenando las nuevas ideas y conocimientos, y no toman en cuenta que el proceso de construcción del conocimiento es más complicado de lo que se piensa ordinariamente y que no se lleva a cabo de manera homogénea en todos los alumnos de un curso. Por ello, los maestros, organizados de acuerdo a las características de cada institución, deben discutir esos problemas, empezando por compartir sus experiencias –exitosas o no – en el apasionante espacio de la enseñanza. (Gázquez, 2001).

A pesar de la importancia de las Matemáticas, en el mundo, la enseñanza de ellas no ha logrado la eficacia y la excelencia alcanzadas en otras materias: se presentan dificultades en los procesos de aprendizaje, el éxito escolar es relativamente bajo y se han diagnosticado distintos tipos de deficiencias. (Gázquez, 2001). Carretero, teórico español, remarca este problema al decir que: "Es sabido que la situación más habitual en la enseñanza de la Ciencia es precisamente la falta de prácticas y la insistencia en una enseñanza extremadamente verbalista. No cabe duda que resulta necesario vincular al alumno con la realidad concreta respecto al contenido de la Ciencia, siempre y cuando

se incluyan también actividades de razonamiento y solución de problemas.” (Carretero, 2001:109).

Quienes analizan los problemas educativos dicen que la enseñanza de las Matemáticas desempeña un triple papel: instrumental, formativo y de fundamentación teórica: En lo instrumental, mediante las Matemáticas se proporcionan técnicas y estrategias básicas, tanto para otras materias de estudio, cuanto para la actividad profesional. Por esa razón, es preciso, proporcionar a los alumnos los instrumentos matemáticos básicos, a la vez que versátiles y adaptables a diferentes contextos y a necesidades cambiantes. No se trata de que los alumnos posean muchas y muy sofisticadas herramientas, sino las estrictamente necesarias, y que las manejen con destreza y oportunamente.

En lo formativo, las Matemáticas contribuyen a la formación de estructuras mentales y a la adquisición de aptitudes cuya utilidad y alcance trascienden el ámbito de las propias Matemáticas. En particular, las Matemáticas forman a los alumnos en la resolución de problemas genuinos, es decir, de aquellos en que la dificultad está en encuadrarlos y en establecer una estrategia de resolución adecuada, generando en él actitudes y hábitos de investigación, proporcionándoles técnicas útiles para enfrentarse a situaciones nuevas. Pero el aprendizaje de las Matemáticas no debe limitarse a un adiestramiento en la resolución de problemas, por importante que esto sea, debiendo completarse con la formación en aspectos como la búsqueda de la belleza y la armonía, una visión amplia y científica de la realidad, el desarrollo de la creatividad y de otras capacidades personales y sociales.

El conocimiento matemático, debe tener respaldo teórico, es decir, las definiciones, demostraciones y encadenamientos conceptuales y lógicos, en tanto que dan validez a las intuiciones y confieren solidez y sentido a las técnicas aplicadas, deben ser introducidos de manera precisa. (Currículo del Bachillerato. 2001).

Los maestros de Matemáticas y los de otras asignaturas padecen tres angustias: la enseñanza, el programa y los exámenes. Ante el desconocimiento de teoría educativa, la mayoría de los maestros, sobre todo de enseñanza superior, consideran que la enseñanza que ellos imparten en las aulas es la base para el aprendizaje de los alumnos. También, en la mayoría de las instituciones, los maestros piensan que los programas son la norma ineludible a cumplir, aunque abundan las instituciones en donde, a pesar de las estrategias de vigilancia que se impone a los maestros para que “cumplan” un determinado programa, ellos se las ingenian para adecuarlo a sus posibilidades y, en ese caso, intercambian las unidades o los temas o, definitivamente, las cancelan, pidiendo la comprensión y el apoyo a los alumnos para que esas acciones no trasciendan entre los demás maestros o a la administración.

Las más recientes recomendaciones para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas se ubican en el uso de programas que se pueden utilizar en calculadoras o en computadoras. (Gázquez, 2001). Se dice que las ventajas de la utilización de un software matemático son las siguientes: en primer lugar, permiten acceder a ejemplificar explicaciones que, de otra forma, quedarían en un nivel de abstracción difícil de asimilar por muchos estudiantes en un tiempo breve; en segundo lugar, este tipo de software permite una participación mucho más activa y creativa por parte del estudiante, lo que, a su vez, propiciaría que él pueda adentrarse, guiado por su maestro, en aspectos desconocidos de tal forma que tenga la posibilidad de conjeturar, experimentar y extraer conclusiones; en tercer lugar, se dice que un estudiante, con mínimos conocimientos informáticos, tiene la posibilidades de ejercitar procesos de simulación estadística,

programación de algoritmos numéricos, análisis avanzado de problemas de investigación operativa y de optimización que eran poco o nada factibles hace tan sólo cinco o diez años, cuando los programas matemáticos eran tan rudimentarios y complejos como los procesadores de texto o las hojas de cálculo de la época. (Juan, Á.; Bautista, Guillermo, 2001).

En cuanto al esfuerzo de los maestros para adaptar su proceso de enseñanza a las nuevas herramientas y el esfuerzo que debe hacerse para conocer su funcionamiento, plantea las mismas dificultades que cualquier propuesta de innovación. (Juan, Á.; Bautista, Guillermo, 2001; Gil, D; Carrascosa, J; . Furió, C; Gavidia, V; Solbes, J. Vilchis, A. 2001). En este caso, quienes proponen el uso de software matemático, dicen que las causas por las cuales no se usa todo el potencial de los programas matemáticos son las siguientes: en primer lugar, está la inexistencia, hasta tiempos recientes, de programas matemáticos de uso realmente sencillo, potentes, y a un precio razonable. Este hecho ha producido que una gran parte de los maestros de Matemáticas desconozcan las verdaderas capacidades de estas "nuevas herramientas" que el desarrollo tecnológico pone a nuestra disposición; en segundo lugar, está el esfuerzo adicional que supone, especialmente para los maestros, el diseño de ejemplos en los cuales se integren la teoría con la práctica, es decir, aplicaciones y problemas orientados al uso de algún software específico; finalmente, y no menos importante, es el temor que en muchos maestros de Matemáticas provoca el fantasma de la "automatización" de los procesos de cálculo: si el ordenador lo hace todo —dicen los maestros- ¿qué aprenderán los estudiantes? (Juan, Á.; Bautista, Guillermo, 2001). Con referencia fantasma de la automatización, los expertos dicen que ellos "...son más propios de aquellos que persiguen convertir a sus estudiantes en máquinas de calcular y/o de memorizar que en profesionales creativos, con una capacidad de raciocinio desarrollada, dotados de sentido crítico, y con una buena dosis de intuición y de recursos matemáticos que les puedan ser útiles en su trabajo." (Juan, Á.; Bautista, Guillermo, 2001; Dávila, N; Hernández, J; García, D; Martel, M; Gómez, E. 2001)

Quienes han analizado la función de las instituciones de educación superior, consideran que ellas "...tendrían que convertirse en la punta de lanza en la propuesta de nuevos procesos, métodos, teorías, y conceptos, proveyendo a los diferentes ámbitos profesionales de ellos a partir de la incorporación de los recién titulados. Quizás sea una idea utópica, pero que no deberíamos perder de vista. Ésta no sólo es una de las misiones de la universidad sino, a nuestro entender, la más importante junto con la actividad investigadora. Para ello, los métodos de enseñanza deben considerar la necesidad de un constante proceso de renovación que esté acorde con las necesidades del mundo laboral." (Juan, Á.; Bautista, Guillermo, 2001). Esos mismos autores agregan que, lo que ocurre en la enseñanza de las Matemáticas, parece además ser una situación contradictoria ya que las Matemáticas pueden considerarse parte fundamental en los trabajos de investigación y desarrollo en ámbitos punteros como son las tecnologías de la información y la comunicación, las ciencias (experimentales o económicas) y las ingenierías y, sin embargo, en las escuelas, esa disciplina se enseña de manera tradicional, ignorándose el avance señalado. (Juan, Á.; Bautista, Guillermo, 2001).

#### **1.4 EL APRENDIZAJE**

Como dijimos en párrafos anteriores, la escuela ha tenido, tradicionalmente, como función proporcionar un aprendizaje basado en la memoria, que es contrario al desarrollo de la inteligencia. Para que ella se desarrolle, es necesario ejercitarla buscando uno mismo las propias soluciones. La función del maestro en la escuela es proporcionar las oportunidades para aprender y guiar al alumno en su propia búsqueda. (Reyes, 2001).

Esa situación propicia que la "...naturaleza de las Matemáticas y la forma tradicional en la que se plantea su aprendizaje en el currículum, hacen que cuando un estudiante no consigue el dominio mínimo de un tema, no puede continuar con el estudio de los subsecuentes. Este fenómeno de seriación progresiva de los conocimientos, no ajeno del todo a otras disciplinas, encuentra en las Matemáticas un cumplimiento general."(Gázquez, 2001). Quienes se han interesado en el aprendizaje de las Matemáticas dicen que algunos de los elementos que afectan ese proceso en todas las disciplinas son los siguientes: la incomprensión de la lectura; la dificultad para redactar; hábitos de razonamiento poco precisos y en ocasiones incorrectos; el olvido de los antecedentes necesarios para las asignaturas; falta de motivación. (Gázquez, 2001).

Algunas de las recomendaciones que se han para solucionar el problema del aprendizaje de las Matemáticas son los siguientes: 1) Impulsar la investigación educativa para detectar y estudiar los puntos problemáticos en los programas vigentes; 2) estimular la elaboración de material didáctico de alta calidad (libros, problemas a resolver, ejercicios resueltos con toda la secuencia y programas interactivos para computadora, etc.); 3) Impartición de seminarios en donde se discuta e informe acerca de los problemas relacionados con el aprendizaje de las Matemáticas; 4) promover una interacción significativa entre los especialistas de estas disciplinas y los matemáticos, no sólo en relación con los problemas docentes, sino también en las labores de investigación; 5) trabajar con planes y programas de estudio menos extensos. (Gázquez, 2001).

## 2. La propuesta de Piaget

Jean Piaget (1896-1980) está considerado como uno de los teóricos que mayor influencia ha tenido en la educación básica que se imparte en nuestro país. Él tuvo una formación intelectual muy amplia que abarcó desde la Biología hasta la Filosofía, pasando por la Psicología, la Lógica y las Matemáticas. Con base en la apropiación y la crítica al conocimiento construido por los científicos y filósofos que le antecedieron, Piaget pudo presentar una explicación de la forma en que los seres humanos pasan de un nivel menor de conocimiento a otro nivel mayor. Aunque Piaget se refirió al problema del conocimiento, su explicación se ha utilizado para tratar de resolver el problema de la enseñanza y el aprendizaje, sin que, hasta la fecha, se haya logrado.

La obra de Piaget permite el entendimiento de las dificultades de los alumnos de educación básica, de los adolescentes o de los adultos para acceder a procesos formales, es decir, a procesos de pensamiento. Así mismo, con base en esas aportaciones, puede ser posible orientar las acciones, en el interior de la escuela, para que conduzcan a un fortalecimiento de la capacidad formal de los alumnos.

Piaget dedicó más de 60 años a la investigación relacionada con el conocimiento en los niños y sistematizó sus observaciones y reflexiones en una gran cantidad de libros y artículos. La obra de Piaget es la más abundante y fundamentada de las que existen en referencia al desarrollo infantil. Sin embargo, las aportaciones teóricas de Piaget han sido escasamente comprendidas por quienes intervienen en la dirección y en la operación de los procesos educativos de nuestro país. Las grandes cantidades de niños, adolescentes, jóvenes y adultos que son obligados a abandonar la escuela o desertan de ella, por la *reprobación* de una o más asignaturas en los diversos planes de estudio o que concluyen sus estudios de licenciatura o posgrado sin haber obtenido el título o el grado correspondiente, son una evidencia de la incomprensión de la teoría educativa y la práctica docente sustentada en las aportaciones de Piaget.

La investigación realizada por Piaget le permitió poner en evidencia que la inteligencia del niño no solamente se construye progresivamente, sino que, además se desarrolla a lo largo de la vida pasando por distintos *estadios de desarrollo* antes de alcanzar el nivel adulto. En ese proceso, el niño tiene maneras específicas de pensar que lo diferencian del adulto.

Para Piaget, toda la materia se adapta a su ambiente y posee propiedades organizativas que hacen posible esa adaptación. Según Piaget, el funcionamiento intelectual es una particularidad del funcionamiento biológico y, en este sentido, para él, la *adaptación* cognitiva es el proceso fundamental en el proceso de conocimiento. En el caso del ser humano, sigue diciendo Piaget, en el sistema nervioso se reciben las sensaciones que propician los desequilibrios que se dan entre el individuo y el medio y que obligan a aquél a actuar. Mientras el organismo no experimenta tensiones ni desajustes que lo alteren, puede permanecer inactivo, pero en el momento en el que se produce una modificación en el sujeto se inicia una desadaptación y el organismo tiene que actuar para contrarrestarla. Las respuestas posibles del sujeto ante el desequilibrio pueden ser de tres tipos: 1) rechazo a cualquier posibilidad de cambio; 2) inicio de un proceso de internalización de la modificación de los esquemas anteriores; 3) asimilación al nuevo esquema. De este modo, tendríamos un estado de *equilibrio* inicial, un conflicto que irrumpe y promueve el desequilibrio y finalmente el nuevo equilibrio a partir de un *esquema de asimilación* que puede ser superior al anterior pero que la contiene.

Ante las tres respuestas posibles del sujeto en el desequilibrio, Piaget dice que el ser humano trata de adaptarse a las nuevas condiciones del medio. El proceso de *adaptación* se complementa con la *asimilación* y la *acomodación*. Mediante la *asimilación*, el sujeto incorpora el medio a sus esquemas de pensamiento y, mediante la *acomodación*, el sujeto se transforma a partir de la intervención del ambiente, mediado por la aplicación de *esquemas* que, desde luego, corresponde a las características de cada uno de los *estadios de desarrollo* que él explicó.

Piaget dice que el desarrollo de la *inteligencia* de los humanos se realiza en los primeros 15-16 años de la vida y que el cambio de un nivel menor conocimiento a otro mayor se construye mediante la acción de cada sujeto. Para Piaget, la inteligencia humana es un instrumento de adaptación al medio en que vive. Esa afirmación implica reconocer que el hombre es inteligente en cada una de sus edades y que la ella se va perfeccionando de acuerdo a las actividades en las que participa el sujeto.

Según Piaget, la *asimilación* es, por su misma naturaleza, conservadora, en el sentido de que su función principal es hacer familiar lo que es extraño, reducir lo nuevo a lo viejo. Una nueva estructura asimilativa debe ser siempre alguna variación de la última estructura asimilativa adquirida, y eso es lo que asegura tanto el carácter gradual como la continuidad del desarrollo intelectual.

Sin embargo, en los sujetos, la *asimilación* de lo formal se da de acuerdo a los *esquemas* que existen en la estructura mental de quien asimila. Siguiendo a Piaget, podemos entender que cuando dos personas escuchan un discurso teórico la que cuente con esquemas mentales más completos podrá entender y construir explicaciones de una manera más rápida y más precisa que aquella cuyos esquemas mentales son más limitados. Llevando las aportaciones de Piaget a los programas de maestría, los investigadores podrán entender las dificultades que para ellos representa la comunicación con los alumnos ante la necesidad de construir explicaciones: mientras aquellos cuentan con esquemas mentales amplios y precisos, los segundos tienen esquemas mentales imprecisos ya que están en procesos de adaptación-asimilación-acomodación de la nueva

información que reciben y que frecuentemente no la pueden procesar con la rapidez y la precisión con la cual se les requiere.

Según Piaget, a partir de la adaptación, el sujeto va conformando sus esquemas de asimilación y estos, a su vez, son la base de su estructura de conocimiento. Teniendo un sujeto cognoscente, es decir, un sujeto dispuesto a conocer y uno o más objetos de conocimiento, aquél realizará sucesivas aproximaciones al objeto de conocimiento; en cada uno de estos contactos, el sujeto se irá apropiando del objeto de manera paulatina por lo que no hay procesos de conocimiento que se den de manera acabada. En este sentido, para Piaget, el acceso al conocimiento se da en forma de espiral, expresada en lo que él, identificó como estadios de desarrollo. De los cuatro estadios que Piaget propone para explicar el desarrollo de la inteligencia del hombre, destaca que los sujetos llegan al de las operaciones formales (es decir, al de la abstracción) después de haber interactuado con los objetos concretos. Los estadios son: el sensorio-motor, el del pensamiento preoperatorio, el de las operaciones concretas y el de las operaciones formales. Cuando Piaget se refiere a los estadios de desarrollo puede inferirse que está aludiendo a las fases del desarrollo del espíritu que presenta Hegel en *La Fenomenología del espíritu*.

La explicación de Piaget acerca del problema del conocimiento es potente y así ha sido reconocido. Mediante ella es posible entender el trabajo académico que se realiza en las instituciones educativas: los alumnos se adaptan, cuando menos en la mayoría de las ocasiones, a las condiciones que impone cada uno de los maestros y, desde luego que asimilan, de acuerdo a sus esquemas mentales, la información que aquellos diseminan en las aulas y en los demás espacios y los acomodan a sus nuevas condiciones. Finalmente, los alumnos modifican su estructura mental, aunque no siempre esa modificación responde a las expectativas de los maestros o de quienes administran las instituciones educativas. En el documento titulado "La transubstanciación del problema del conocimiento" se afirma que "...por la existencia de otras explicaciones acerca de la forma en que el sujeto se apropia del conocimiento y de la forma en que este se construye, puede decirse que el razonamiento formulado por Piaget, a pesar de ser potente y haber propiciado acciones para resolver tanto el problema del conocimiento como el de la enseñanza y el aprendizaje, es limitado. Las razones son las siguientes: 1) la acción de los sujetos sobre los objetos propicia la formación de figuras de pensamiento pero no la construcción de conocimiento como lo afirma Piaget; 2) la explicación de Piaget acerca de la construcción de conocimiento está centrada en un proceso al interior del sujeto, sin que eso quiera decir, desde luego, que él desconoció la influencia del medio en el proceso de conocer, 3) Piaget no explica la forma en que puede construirse el conocimiento científico y 4) si bien Piaget construyó conocimiento científico nuevo, él no siguió la secuencia adaptación-asimilación-acomodación que explica en sus obras, sino que, por el contrario, criticó las explicaciones del conocimiento que se habían dado hasta ese momento, las consideró insuficientes y carentes de información empírica, pero las tomó en cuenta para construir su propia explicación. (Covarrubias, 1999a; Piaget, 1969; Piaget, 1994; Piaget, 1978).

Finalmente, precisaremos que no es común que en las instituciones en las cuales se imparten estudios de licenciatura o posgrado se haga referencia a las aportaciones de Piaget al conocimiento ya que esas contribuciones se consideran aplicables sólo a la educación básica.

### 3. La apropiación de conocimiento

**P**asando a otra de las explicaciones sobre el problema del conocimiento, diremos que la propuesta Dialéctica Crítica recupera las aportaciones Kant, Hegel, Marx y otros teóricos contemporáneos como Hugo Zemelman para detallar el proceso de apropiación de conocimiento y la generación del mismo. En ella se expresa que el conocimiento es la aprehensión de la forma y contenido de lo real y cada sujeto conoce a uno o más objetos concretos a través de un proceso de apropiación, es decir, de un proceso de hacer propio lo que no era propio, de hacer para sí lo que era en sí, como dice Hegel. (Hegel, 1978). De los filósofos mencionados, se toma la lógica mediante la cual construyeron conocimiento y, en su caso, las categorías que utilizaron y que tienen vigencia actualmente y no los discursos sustantivos por medio de los cuales explican los fenómenos sociales de las épocas en que vivieron.

En la propuesta Dialéctica Crítica se explica que la generación de conocimiento científico nuevo se lleva a cabo mediante un proceso riguroso de apropiación de las aportaciones hechas en torno a un fenómeno de la realidad, con la asunción de una actitud crítica ante las explicaciones dadas en torno al mismo y con la interacción de referentes teóricos o ateóricos en la mente del sujeto constructor de conocimiento nuevo. (Covarrubias, 1999a; Covarrubias, 1998; Kant, 1991; Hegel, 1978; Vygotski, 1982a; Vygotski, 1982b; Vygotski, 1983; Vygotski, 1984). Desde luego que la interacción de los referentes teóricos y ateóricos en la mente del sujeto constructor de conocimiento no es una cuestión mecánica, fortuita o progresiva sino que, por el contrario, se requiere de una disposición para pensar lo que no ha sido pensado y hacerlo con los teóricos. (Covarrubias, 1999a; Covarrubias, 1995a; Covarrubias, 1995b).

Desde las explicaciones dadas en la Dialéctica Crítica es posible entender que existan personas que se han apropiado de una gran cantidad de conocimientos y que son capaces de repetirlos en todo momento y circunstancias, pero que no han podido construir explicaciones originales. Puede entenderse también que exista una gran cantidad de sujetos que han aceptado o rechazado hipótesis, pero que tampoco han podido ofrecer explicaciones de los objetos investigados.

En la propuesta Dialéctica Crítica se detalla la necesidad de pensar y utilizar tres lógicas que, pareciendo distintas, forman un solo bloque. En la primera de ellas, la lógica ontológica, se reconoce que los objetos concretos, es decir, los objetos que desean ser investigados, tienen un desarrollo que es necesario conocer; la segunda es la lógica de investigación que se utiliza para conocer lo que no se conoce, pero que desea conocerse y, la tercera, es la lógica de exposición que se utiliza para organizar la explicación de lo conocido. (Covarrubias, 1995a; Covarrubias, 1995b).

En la propuesta Dialéctica Crítica se resalta la necesidad de que el sujeto que realiza una apropiación de conocimiento cuente con técnicas para el registro de lo que conoce y de lo que piensa.

### Reflexión final

**M**ientras el trabajo académico en las aulas, sobre todo en las instituciones de Educación superior y de posgrado, siga centrado en la enseñanza del maestro y se exija al alumno una evidencia de aprendizaje, en lugar de este pueda cerciorarse del avance que obtienen los estudiantes acerca de los asuntos tratados en las aulas, se seguirán formando estudiantes que tendrán información en su mente pero que,

difícilmente podrán aplicarla en el transcurso de su vida y, sobre para pensar y actuar sobre la realidad.

Tal vez sea oportuno que los maestros e investigadores que se desempeñan en las instituciones de nivel superior y de posgrado, sobre todo de las que se ubican en la provincia mexicana, puedan asumir una nueva actitud y organicen procesos mediante los cuales los estudiantes sean quienes se apropien del conocimiento que se marcan en los programas y no sean aquellos —los maestros— quienes exponen los temas en las aulas. Las explicaciones en torno al problema del conocimiento están disponibles en muchas fuentes de información, pero, desde luego que no puede negarse que, para algunos maestros, pueda resultar más cómodo seguir promoviendo el aprendizaje en la misma forma en que la hemos venido haciendo hasta el momento que involucrarse en procesos de apropiación de conocimiento.

Pensar en que el maestro puede desarrollar su actividad con base en el trabajo de los alumnos permitirá ubicarlo como verdadero maestro, es decir, como alguien que tiene maestría para conducir a los estudiantes en su proceso de conocimiento y no centrar la acción de él en la enseñanza de lo que sabe, pero que por múltiples razones, puede no interesar a los alumnos. En estas circunstancias, las actividades de un maestro podrían ser las siguientes:

1. Propiciar que los alumnos reflexionen acerca del contenido del programa y la importancia de esa secuencia.
2. Propiciar que los alumnos se organicen para avanzar de manera sistemática en el conocimiento de lo que desconocen y que se requiere para abordar los contenidos del programa.
3. Propiciar un ambiente de trabajo mediante el cual los alumnos reconozcan que tal vez ellos no requieran del conocimiento matemático de manera específica en su desempeño profesional pero que los contenidos de esa disciplina le permitirán fortalecer el pensamiento abstracto y esa habilidad es fundamental para el desarrollo de otras actividades.
4. Propiciar que los alumnos se apropien de los contenidos de cada uno de los programas de Matemáticas mediante un proceso de búsqueda de información, de interacción con sus compañeros y los maestros.
5. Organizar reuniones académicas donde los alumnos no sean sujetos pasivos que sólo escuchan sino que expongan lo que conocen y planteen las dudas que les surjan.
6. Propiciar que los alumnos practiquen la redacción de lo que conocen y adquieran confianza en que pueden pensar y exponer lo pensado de forma oral y escrita. ❄

## Bibliografía

- Ausubel, David P.; Novack, J.; Hanesian, H.** 1983. *Psicología educativa*. México: Trillas
- Bachelard, Gastón.** 1993. *La formación del espíritu científico*. México: Siglo veintiuno editores.
- Bagú, Sergio.** 1970. *Tiempo, realidad social y conocimiento*. Propuesta de interpretación. México: Siglo veintiuno editores.
- Coll, C.** 2001. "Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo". URL: [http://www.educadormarista.com/Descognitivo/significado\\_y\\_sentido.htm](http://www.educadormarista.com/Descognitivo/significado_y_sentido.htm). 02/11/01
- Coll, César.** 1993. *Constructivismo en el aula*. Barcelona: Grao de Servies pedagógicas.

- Covarrubias Villa, Francisco** (coord.) 1999b. *Los procesos de teorización*. México: Instituto Tecnológico de Oaxaca-Colegio de Investigadores en Educación-Instituto de Estudios Universitarios.
- Covarrubias Villa, Francisco**. 1995a. *Las herramientas de la razón* (la teorización para la potenciación intencional de procesos sociales). México: UPN.
- Covarrubias Villa, Francisco**. 1995b. *La teorización de procesos histórico-sociales*, (volición, ontología y cognición científica), México: UPN.
- Covarrubias Villa, Francisco**. 1998. "La incidencia de los referentes ateóricos en los procesos de teorización". *α aleph*, mayo-julio.
- Covarrubias Villa, Francisco**. 1999a. *La generación histórica del sujeto individual*. Producción social de satisfactores y producción social de sujetos. México: UPN-Unidad Zamora-Colegio de Investigadores en Educación de Oaxaca.
- Currículo del Bachillerato. Matemáticas I y II (BCNS). (extracto del Decreto 101/1995, de 26 de abril, por el que se establece el currículo de bachillerato - BOC 25-5-95). 2001. URL: <http://www.ctv.es/USERS/vaello/curricula/c-m-BCNS-canari.htm>. 01/11/01
- Dávila, Nancy; Hernández Guerra, Juan; García Artilles, Dolores, Martel Escobar, María y Gómez Déniz, Emilio**. *Propuesta de evaluación de las matemáticas para la economía y empresa. Una experiencia en la Universidad de las Palmas de G.C.* URL:<http://www.uv.es/asepuma/jornadas/santiago/28.PDF>
- García Jiménez, Ricardo**. 2001. "La docencia ¿tarea académica de segunda clase?". *Urdimbre*, 1(1):4-8. Escuela normal de Educación Especial de Oaxaca.
- Gázquez, J. L.** 2001. "Comisión de diseño de estrategias para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Reflexión sobre la docencia". Suplemento 9 Universidad Autónoma Metropolitana. URL: <http://www.uam.mx/docencia/sup9/1.html>. 03/11/01.
- Gil, D; Carrascosa, J; Furió, C; Gavidia, V; Solbes, J. Vilchis, A.** 2001. "Fundamentación de la orientación del Curso: Los Cambios Curriculares en la Educación Científica y la Formación del Profesorado". URL: <http://www.oei.org.co/fpciencia/introduccion.htm>. 05/11/01
- Hegel, G.. W. F.** 1978. *Fenomenología del espíritu*. México: F.C.E.
- Hessen, Johan.** 1979. *Teoría del conocimiento*. México. Editores Unidos.
- Juan, A.A; Bautista, G.** 2001. "Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado". URL:[Http://www.uoc.es/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html](http://www.uoc.es/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html). 05/11/01.
- Kant, Manuel.** 1991. *Crítica de la razón pura*. México: Porrúa.
- Melchor, Jaime.** "La transubstanciación del problema del conocimiento." Conferencia. 24 de octubre/2001. Instituto tecnológico de Oaxaca.
- Piaget, Jean.** 1969. *Biología y conocimiento*. México: Siglo veintiuno editores.
- Piaget, Jean.** 1978. *La equilibración de las estructuras cognitivas*. México: Siglo veintiuno editores.
- Piaget, Jean.** 1994. *El nacimiento de la inteligencia del niño*. México: Grijalbo.
- Reyes, I.** 2001. *El desarrollo del conocimiento*. URL: [http://www.lafacu.com/apuntes/psicologia/desa\\_cono/default.htm](http://www.lafacu.com/apuntes/psicologia/desa_cono/default.htm). 01/1/01
- Roldos y Pons, J.** 2001. "Importancia de las matemáticas. sus dificultades y enseñanza". [http://galileo.fcien.edu.uy/importancia\\_de\\_las\\_matematicas.htm](http://galileo.fcien.edu.uy/importancia_de_las_matematicas.htm). 04/11/01.
- Vygotski I. V.** 1983. *Obras escogidas III*. Moscú: Pedagóguika.
- Vygotski, I. V.** 1982a. *Obras escogidas I*. Moscú: Pedagóguika.
- Vygotski, I. V.** 1982b. *Obras escogidas II*. Moscú: Pedagóguika.
- Vygotski, I. V.** 1984. *Obras escogidas IV*. Moscú: Pedagóguika.
- Zemelman Hugo,** 1992. *Los horizontes de la razón*. México: Antropos-El Colegio de México.

## [¿Comentarios? ¿Sugerencias?](#)

© 2002. Los autores.